

ΓΕΩΠΟΝΙΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΑΞΙΟΠΟΙΗΣΗΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ ΚΑΙ ΓΕΩΡΓΙΚΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ  
ΑΕΙΦΟΡΙΚΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΥΔΑΤΙΚΩΝ ΠΟΡΩΝ

Δημήτριος Πάντζαλης  
Πτυχιούχος Γεωπόνος Α.Π.Θ.

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ  
ΤΟΥ ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΝΕΡΟΥ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ  
ΑΡΔΕΥΣΗΣ ΜΕ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΣΤΑΛΑΚΤΗΦΟΡΟΥΣ  
ΣΩΛΗΝΕΣ ΣΕ ΔΙΑΣΤΡΩΜΕΝΑ ΕΔΑΦΗ**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

Επιβλέπων Καθηγητής  
Σταμάτιος Ελμαλόγλου

ΑΘΗΝΑ 2011

Δημήτριος Πάντζαλης  
Πτυχιούχος Γεωπόνος Α.Π.Θ.

**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ  
ΤΟΥ ΕΛΑΦΙΚΟΥ ΝΕΡΟΥ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ  
ΑΡΔΕΥΣΗΣ ΜΕ ΥΠΟΓΕΙΟΥΣ ΣΤΑΛΑΚΤΗΦΟΡΟΥΣ  
ΣΩΛΗΝΕΣ ΣΕ ΔΙΑΣΤΡΩΜΕΝΑ ΕΛΑΦΗ**

ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΗ ΔΙΑΤΡΙΒΗ

**Εξεταστική Επιτροπή**

Ελμαλόγλου Σταμάτης, Καθηγητής Γ.Π.Α., Επιβλέπων  
Αργυροκαστρίτης Ιωάννης, Αν. Καθηγητής Γ.Π.Α.  
Δέρκας Νικόλαος, Επ. Καθηγητής Γ.Π.Α

*Στα αδέρφια μου*

*Σίμο και Βασίλη*

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το νερό έχει αρχίσει να γίνεται ένας φυσικός πόρος σε ανεπάρκεια, ιδιαίτερα στις ξηροθερμικές περιοχές. Η Ελλάδα θεωρείται πλούσια σε νερό χώρα, με το μέσο ύψος των ετήσιων βροχοπτώσεων να διαμορφώνεται στα 700 mm, που αντιστοιχεί σε 115 δισ. m<sup>3</sup>. Από αυτά χάνεται το 50% λόγω εξατμισοδιαπνοής και το 30% (περίπου 35 δισ. m<sup>3</sup>) λόγω επιφανειακής απορροής (καταλήγουν στη θάλασσα). Η άνιση κατανομή των βροχοπτώσεων, τα ακραία καιρικά φαινόμενα και οι ανθρωπογενείς παρεμβάσεις έχουν σαν αποτέλεσμα τα φαινόμενα λειψυδρίας που παρατηρούνται σε ορισμένες περιοχές της χώρας.

Η γεωργία στην Ελλάδα καταναλώνει περίπου το 80% του νερού και αρδεύεται περίπου το 41,3% της καλλιεργούμενης έκτασης. Η ζήτηση του νερού για άρδευση είναι μεγάλη, ενώ η αποτελεσματικότητα του νερού άρδευσης είναι χαμηλή. Η ανάγκη για πιο αποτελεσματική χρήση του νερού άρδευσης είναι επιτακτική λόγω του ανταγωνισμού με τους άλλους χρήστες (ύδρευση και βιομηχανία) και της αυξανόμενης ανησυχίας για το περιβάλλον, αφού η εφαρμοζόμενη αρδευτική πρακτική, σε πολλές περιπτώσεις διευκολύνει την υποβάθμιση των υπόγειων και επιφανειακών νερών. Για να αυξηθεί η αποτελεσματικότητα του νερού άρδευσης θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή στην ορθολογική διαχείριση του νερού τόσο σε θέματα καθαρά τεχνικά όσο και σε κοινωνικο-οικονομικά.

Η μέχρι σήμερα εφαρμοζόμενη διαχείριση θεωρούσε τη ζήτηση του νερού δεδομένη και επικεντρωνόταν στη διαχείριση της φυσικής προσφοράς του. Η κάλυψη των αναγκών βασιζόταν αποκλειστικά στην εξασφάλιση της μέγιστης προσφοράς νερού μέσω της κατασκευής μεγάλων και πολυδάπανων έργων, δίνοντας ελάχιστη σημασία στον έλεγχο των αναγκών και στην προστασία των υδατικών πόρων. Η κατασκευή νέων φραγμάτων έχει μειωθεί σημαντικά τα τελευταία χρόνια, καθώς οι κυβερνήσεις και οι διεθνείς οικονομικοί οργανισμοί άρχισαν να δίδουν μεγαλύτερη σημασία στο υψηλό οικονομικό και περιβαλλοντικό κόστος των φραγμάτων. Ακόμη και αν οι συνθήκες για τη κατασκευή φραγμάτων γίνουν πιο ευνοϊκές, φαίνεται απίθανο ότι τα

νέα φράγματα που θα κατασκευασθούν στα επόμενα 30-35 χρόνια θα αυξήσουν το ποσοστό που λαμβάνεται από την απορροή πάνω από 10%.

Η έλλειψη νερού έχει επισημανθεί σαν ένα από τα κυρίαρχα προβλήματα για τις γενιές που έρχονται, αν και τις συνέπειές της τις έχουν ήδη υποστεί σε κάποιες περιοχές της γης. Αναγνωρίζεται σήμερα ότι η έλλειψη νερού αποτελεί μια τεράστια απειλή για τη παγκόσμια σταθερότητα, και αν δεν διαχειριστεί σωστά, και για τη παγκόσμια ανάπτυξη.

Η αναγκαιότητα της επέκτασης και βελτίωσης των αρδεύσεων για την εξασφάλιση βιώσιμης γεωργίας ολοένα και αυξάνεται. Με δεδομένο ότι υπάρχουν σοβαροί περιορισμοί για την ανάπτυξη νέων πηγών νερού, ιδιαίτερα από τους υπόγειους υδροφορείς η μοναδική λύση για την κάλυψη των αυξανόμενων αναγκών της γεωργίας σε νερό είναι η ορθολογική διαχείριση και πιο αποτελεσματική χρήση του.

Στα πλαίσια αυτά ένα θέμα στο οποίο θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή είναι και η εφαρμογή ορθής αρδευτικής πρακτικής που μεταξύ των άλλων περιλαμβάνει τη χρησιμοποίηση σύγχρονων μεθόδων άρδευσης που εξοικονομούν νερό, όπως είναι η υπόγεια στάγδην άρδευση. Για τον καλύτερο σχεδιασμό και αποδοτικότερη λειτουργία του συστήματος είναι απαραίτητη η γνώση της κατανομής της υγρασίας και η εξέλιξη του μετώπου διαβροχής αφού αυτοί είναι οι κυριότεροι παράγοντες που θα καθορίσουν το βάθος εγκατάστασης και την απόσταση των σταλακτηφόρων σωλήνων ούτως ώστε το κόστος κατασκευής του συστήματος, αλλά και οι απώλειες, λόγω εξάτμισης από την επιφάνεια του εδάφους και βαθιάς διήθησης από το κάτω όριο του ριζοστρώματος, να είναι όσο το δυνατόν μικρότερες, παρέχοντας παράλληλα στα φυτά την απαραίτητη υγρασία για την ανάπτυξή τους.

Όλα τα παραπάνω αποτελούν ισχυρό κίνητρο για εκπόνηση μελετών με αντικείμενο την διήθηση και ανακατανομή του νερού από υπόγεια συστήματα στάγδην άρδευσης. Με τον τρόπο αυτό καθίσταται δυνατή η πραγματοποίηση ενεργειών προς την κατεύθυνση της βιώσιμης διαχείρισης των υδατικών αποθεμάτων. Η χρήση της τεχνολογίας και των υπολογιστικών μέσων που προσφέρουν οι ηλεκτρονικοί υπολογιστές αποτελούν απαραίτητη προϋπόθεση για την πραγματοποίηση κάθε τέτοιας εργασίας διότι παρέχουν τη δυνατότητα γρήγορης, ακριβούς και ευέλικτης αναπαράστασης και μελέτης των φυσικών προβλημάτων.

Η εργασία είναι διαρθρωμένη σε πέντε κεφάλαια ως εξής: Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται εκτενής ανασκόπηση της διεθνούς βιβλιογραφίας που αναφέρεται στις διεργασίες και τις παραμέτρους που υπεισέρχονται στην προσομοίωση της στάγδην άρδευσης.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζονται οι βασικές έννοιες της δυναμικής του εδαφικού νερού, η εξίσωση κίνησης του νερού σε ακόρεστο έδαφος καθώς και οι διάφορες μορφές που αυτή παίρνει ανάλογα με το αν η εξαρτημένη μεταβλητή είναι η υγρασία  $\theta$  ή το φορτίο πίεσης  $H$ .

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η δυναμική του εδαφικού νερού υπό καθεστώς υπόγειας στάγδην άρδευσης από γραμμική πηγή. Παρουσιάζεται επίσης το φυσικό μοντέλο και αναλύεται το μαθηματικό μοντέλο.

Στο τέταρτο κεφάλαιο περιγράφεται η διαδικασία αριθμητικής επίλυσης του μαθηματικού μοντέλου χρησιμοποιώντας τη πεπλεγμένη μέθοδο εναλλασσόμενων διευθύνσεων (*ADI*). Στη συνέχεια αναλύονται η επαναληπτική διαδικασία που ακολουθείται και ο αλγόριθμος που χρησιμοποιείται για τον υπολογισμό του κατάλληλου χρονικού βήματος.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της παρούσας διατριβής. Συγκεκριμένα παρουσιάζεται η επίδραση των υδραυλικών ιδιοτήτων του εδάφους, της παροχής, της ισαπόστασης των σταλακτηφόρων σωλήνων και του χρόνου άρδευσης στη δυναμική του εδαφικού νερού υπό καθεστώς υπόγειας στάγδην άρδευσης.

Στο παράρτημα 1 παρουσιάζεται ο αλγόριθμος του *Thomas* ο οποίος χρησιμοποιείται για την επίλυση των τριδιαγώνιων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων που παρουσιάζονται στο κεφάλαιο 4.

Η διατριβή αυτή πραγματοποιήθηκε υπό την επίβλεψη του καθηγητή κ. Σταμάτη Ελμαλόγλου, τον οποίο ευχαριστώ θερμά για τη συνεχή στήριξη και την καθοδήγηση σε καίρια σημεία της πορείας εκπόνησης αυτής της εργασίας. Επίσης, οφείλω να ευχαριστήσω τους κυρίους Ιωάννη Αργυροκαστρίτη (Αναπληρωτή Καθηγητή του Γ.Π.Α) και Νικόλαο Δέρκα (Επίκουρο Καθηγητή του Γ.Π.Α), για την συμμετοχή τους στην τριμελή εισηγητική επιτροπή και για τις πολύτιμες γνώσεις που μου παρείχαν ως καθηγητές μου σε μεταπτυχιακό επίπεδο.

Θέλω επίσης να ευχαριστήσω τους φίλους που έκανα στο μεταπτυχιακό πρόγραμμα Χρήστο Βαμβακούλα και Δημήτρη Δημητρίου.

Τέλος θα ήθελα να ευχαριστήσω τους γονείς μου και τα αδέρφια μου που με κατανόηση, σεβασμό και ατελείωτη υπομονή με βοηθούν υλικά και ηθικά όλα αυτά τα χρόνια.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η διατριβή αυτή εκπονήθηκε στο Εργαστήριο Γεωργικής Υδραυλικής του Τμήματος Αξιοποίησης Φυσικών Πόρων και Γεωργικής Μηχανικής του Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών.

Αντικείμενο της παρούσας διατριβής είναι η προσομοίωση του φαινομένου της διήθησης και ανακατανομής του αρδευτικού νερού από υπόγεια γραμμική πηγή στάγδην άρδευσης σε διαστρωμένο έδαφος, καλλιεργούμενο ή μη. Επειδή οι επιφάνειες των υγρών μετώπων δύο ή περισσότερων σταλακτηφόρων σωλήνων κατά τη διάρκεια της άρδευσης ενώνονται παρατηρείται επίπεδη συμμετρία και η ροή του νερού στο έδαφος μπορεί να θεωρηθεί δυσδιάστατη. Η επίπεδη συμμετρία επιτρέπει την εξέταση του φαινομένου σε ένα από τα άπειρα κατακόρυφα επίπεδα που είναι κάθετα στη γραμμική πηγή.

Το φυσικό πρόβλημα περιγράφεται από την εξίσωση ροής του *Richards* με βάση το  $H$  σε καρτεσιανές συντεταγμένες  $x, z$ . Στο μαθηματικό μοντέλο ενσωματώθηκε το φαινόμενο της υστέρησης στη χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας  $\Theta(H)$  με τη χρησιμοποίηση του εμπειρικού μοντέλου των *Scott et al.* (1983) ενώ η πρόσληψη του νερού από τις ρίζες των φυτών ή όρος "S" υπολογίζεται με βάση το μοντέλο του *Feddes* (*Feddes et al.*, 1978). Το μαθηματικό μοντέλο πεπερασμένων διαφορών προσομοιώνει τη δυσδιάστατη ασταθή ροή και η αριθμητική επίλυση της εξίσωσης ροής σε συνδυασμό με τις αντίστοιχες κάθε φορά αρχικές και οριακές συνθήκες πραγματοποιείται με την πεπλεγμένη μέθοδο εναλλασσόμενων διευθύνσεων (*ADI*).

Η όλη διαδικασία προγραμματίστηκε σε γλώσσα προγραμματισμού *FORTRAN* ενώ τα σχήματα δημιουργήθηκαν χρησιμοποιώντας το λογισμικό *TECPLOT* το οποίο επιτρέπει, εφόσον τα αρχεία εξόδου του μαθηματικού μοντέλου έχουν το κατάλληλο format, την απευθείας ανάγνωσή τους και την ξεχωριστή διαχείρισή τους.

Η ακρίβεια της αριθμητικής λύσης πιστοποιείται με βάση το ισοζύγιο του όγκου το οποίο παρέμεινε κάτω από το 1% για το σύνολο των αριθμητικών πειραμάτων.

Με την αριθμητική επίλυση του αναπτυχθέντος μαθηματικού μοντέλου και την εφαρμογή του σε ένα υποθετικό σενάριο που περιλαμβάνει δυο εδάφη από τη βάση δεδομένων *Rosetta* μελετήθηκε η επίδραση της διαχωριστικής επιφάνειας, των



υδραυλικών ιδιοτήτων των εδαφών, της αλληλουχίας τους, της παροχής και της ισαπόστασης των σταλακτηφόρων σωλήνων και του χρόνου άρδευσης στη δυναμική του εδαφικού νερού υπό καθεστώς υπόγειας στάγδην άρδευσης.

Λέξεις κλειδιά

---

Υπόγεια στάγδην άρδευση, διαστρωμένα εδάφη, αριθμητική προσομοίωση, ακόρεση ροή, αποδοτικότητα άρδευσης,

## ABSTRACT

This study was developed in the Department of Natural Resources Management and Agricultural Engineering, Agricultural University of Athens.

The objective of this dissertation is the simulation of water flow during the infiltration and redistribution processes from a buried line source in layered soils, either cultivated or not. Due to the fact that the wetting fronts of neighboring line sources overlap each other the unsteady flow is considered two-dimensional in  $x, z$  plane and is described by the pressure-based form of the Richards equation. This plane flow symmetry allows the physical model to be examined in one of the infinite vertical planes perpendicular to the length of the line source.

The mathematical model incorporates the impact of hysteresis in the soil water characteristic curve  $\Theta(H)$  using the empirical model of *Scott et al.* (1983), while the root water uptake or sink term is computed using the model of *Feddes (Feddes et al., 1978)*. The two dimensional transient finite difference model uses the Alternative Direction Implicit method (ADI), with the corresponding initial and boundary conditions each time, to solve Richards equation. As far as the length of the time step is concerned, an algorithm is used for the optimum time discretization.

The program was written in *FORTRAN* language, while the diagrams were created with the *TECPLOT* software which allows the direct reading of the model's output files provided they have an appropriate format and after they have loaded it offers many choices about the manipulation and the presentation of the data.

The evaluation of the model was made using the criterion of the relative volume balance error. The results we obtained show that the model represents adequately the simulated problem as the relative volume balance error remained about 1% in all numerical experiments.

A number of hypothetical situations, that include different soil types from the Rosetta data base, were examined. The numerical model was applied to a variety of irrigation scenarios to assess the impact of: a) the interface between two consecutive layers, b) the sequence of the two layers, c) the nominal discharge rate and the spacing of source lines and d) the irrigation time to soil water dynamics under subsurface drip irrigation.

Key words

---

Subsurface drip irrigation, line source, layered soils, numerical simulation, unsaturated flow, irrigation efficiency

# ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ.....	i
ΠΕΡΙΛΗΨΗ.....	v
ABSTRACT .....	vii
<b>Κεφάλαιο 1 Βιβλιογραφική ανασκόπηση .....</b>	<b>1</b>
1.1 Γενικά.....	1
1.2 Κατανομή του νερού άρδευσης στα εδάφη κατά τη στάγδην άρδευση.....	4
1.3 Προσομοίωση της κίνησης του νερού στα εδάφη.....	9
1.4 Υπόγεια στάγδην άρδευση.....	19
1.5 Το φαινόμενο της υστέρησης στη χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας.....	22
1.6 Προσομοίωση της πρόσληψης του εδαφικού νερού από τις ρίζες των φυτών με μακροσκοπική προσέγγιση.....	27
<b>Κεφάλαιο 2 Γενική θεώρηση της ακόρεστης ροής.....</b>	<b>31</b>
2.1 Εισαγωγή.....	31
2.2 Δυναμικό του εδαφικού νερού.....	31
2.2.1 Δυναμικό βαρύτητας.....	33
2.2.2 Δυναμικό υδροστατικής πίεσης.....	33
2.3 Ποσοτική έκφραση της εδαφικής υγρασίας.....	34
2.4 Η χαρακτηριστική καμπύλη της εδαφικής υγρασίας (X.K.Y).....	35
2.5 Οι βασικές παράμετροι.....	36
2.5.1 Η υδραυλική αγωγιμότητα (K).....	36
2.5.2 Ο συντελεστής διάχυσης (D).....	38
2.6 Η δυναμική εξίσωση ή εξίσωση Darcy.....	38
2.7 Η εξίσωση μεταφοράς ή εξίσωση ροής.....	40
2.8 Συνθήκες εργασίας.....	41
<b>Κεφάλαιο 3 Προσομοίωση της δυναμικής του εδαφικού νερού στην περίπτωση της υπόγειας γραμμικής πηγής στάγδην άρδευσηςσε καλλιεργούμενο στρωματοποιημένο έδαφος .....</b>	<b>42</b>
3.1 Εισαγωγή.....	42
3.2 Το φυσικό μοντέλο.....	42

3.3	Το μαθηματικό μοντέλο. ....	44
3.4	Αρχικές και οριακές συνθήκες. ....	44
3.5	Ενσωμάτωση του φαινομένου της υστέρησης στη Χ.Κ.Υ.....	46
3.6	Πρόσληψη νερού από τις ρίζες των φυτών (sink term) και εξάτμιση από την επιφάνεια του εδάφους. ....	48
<b>Κεφάλαιο 4 Αριθμητική επίλυση του μαθηματικού μοντέλου της δυναμικής του εδαφικού νερού στην περίπτωση υπόγειας γραμμικής πηγής στάγδην άρδευσης σε στρωματοποιημένο έδαφος. ....</b>		
<b>50</b>		
4.1	Μαθηματικά μοντέλα προσομοίωσης της δυναμικής του εδαφικού νερού στην περίπτωση στάγδην άρδευσης. ....	50
4.2	Διακριτοποίηση της εξίσωσης ροής. ....	51
4.3	Μέθοδος επίλυσης. ....	52
4.4	Κατακόρυφη σάρωση. ....	54
4.5	Οριζόντια σάρωση. ....	57
4.6	Κριτήρια εκλογής του βήματος διαστήματος και του χρονικού βήματος...	59
4.7	Διαδικασία αυτόματης μεταβολής του χρονικού βήματος. ....	60
4.8	Σύγκλιση της αριθμητικής λύσης. ....	61
<b>Κεφάλαιο 5 Επίδραση των υδραυλικών ιδιοτήτων του εδάφους και της παροχής στη δυναμική του εδαφικού νερού υπό καθεστώς υπόγειας στάγδην άρδευσης σε στρωματοποιημένο έδαφος. ....</b>		
<b>62</b>		
5.1	Εισαγωγή. ....	62
5.2	Μεθοδολογία. ....	63
5.3	Αποτελέσματα και ανάλυση. ....	66
5.3.1	Σχήματα. ....	68
	Κατατομές εδαφικής υγρασίας. ....	69
	Κατατομές φορτίου πίεσης. ....	85
	Ισοϋγρασιακές καμπύλες. ....	93
5.4	Μελλοντική έρευνα. ....	103
<b>ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....		<b>104</b>
<b>Παράρτημα 1</b> .....		<b>116</b>

## Κεφάλαιο 1

### ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΗ ΑΝΑΣΚΟΠΗΣΗ

#### 1.1. Γενικά.

Η ποσότητα νερού που υπάρχει στον πλανήτη σύμφωνα με τον *FAO* (2008) ανέρχεται σε  $1.4 \times 10^9 \text{ Km}^3$ . Από αυτή την τεράστια ποσότητα μόνο το 3% ή αλλιώς μόνο  $42 \times 10^6 \text{ Km}^3$  χαρακτηρίζεται ως καθαρό, μπορεί δηλαδή να χρησιμοποιηθεί για την κάλυψη των ανθρωπίνων αναγκών. Αν δεν λάβουμε υπόψιν το νερό που είναι δεσμευμένο στους πάγους τότε η ποσότητα αυτή μειώνεται ακόμα περισσότερο στο 1% που ισοδυναμεί με  $9 \sim 14 \times 10^6 \text{ Km}^3$ . Με τον παγκόσμιο πληθυσμό να αυξάνεται συνεχώς από 6 δις. σε 9 δις το 2030 (*Bruinsman*, 2003) το ερώτημα που προκύπτει είναι κατά πόσον αυτές οι ποσότητες νερού επαρκούν για την εξασφάλιση ζωής.

Ειδικότερα για την Ελλάδα, παρατηρείται έντονη χωροχρονική ανισοκατανομή των βροχοπτώσεων με επίδραση στους επιφανειακούς και στους υπόγειους υδατικούς πόρους. Στην Ελλάδα η γεωργία αποτελεί το σημαντικότερο χρήστη νερού, όπως φαίνεται και από τον Πίνακα 1.1 (*Μπαλτάς και Μιμίκου*, 2006), λόγω της αύξησης των αρδευόμενων εκτάσεων και της χρήσης δυναμικών καλλιεργειών με αυξημένες ανάγκες σε νερό.

**Πίνακας 1-1.** Χρήσεις νερού στην Ελλάδα

Αστική ( $\times 10^6$ ) $\text{m}^3$	Αγροτική ( $\times 10^6$ ) $\text{m}^3$	Βιομηχανική ( $\times 10^6$ ) $\text{m}^3$	Ενεργειακή ( $\times 10^6$ ) $\text{m}^3$	Σύνολο ( $\times 10^6$ ) $\text{m}^3$
870	7428	128	122	8548
Αστική %	Αγροτική %	Βιομηχανική %	Ενεργειακή %	Σύνολο %
10.7	86.2	1.6	1.5	100

Παρατηρώντας τον πίνακα 1-1 μια πρώτη και απλοϊκή σκέψη για να βελτιώσουμε την κατάσταση θα ήταν να μειώσουμε τις αρδευόμενες εκτάσεις. Όμως είναι γνωστό ότι η αρδευόμενη γεωργία χρησιμοποιεί πιο αποτελεσματικά το νερό σε σχέση με την

ξηρική (για την ίδια ποσότητα ξηρής φυτικής ουσίας στην αρδευόμενη γεωργία χρησιμοποιείται λιγότερο νερό). Επομένως θα πρέπει να στραφούμε σε εναλλακτικές και περισσότερο καινοτόμες λύσεις.

Η άρδευση με σταγόνες ή στάγδην άρδευση είναι μια μέθοδος κατά την οποία νερό εφαρμόζεται στο χωράφι σε μικρές ποσότητες με τη μορφή διακριτών ή συνεχών σταγόνων μέσω των σταλακτήρων έτσι που κάθε φυτό χωριστά να εφοδιάζεται με την απαραίτητη για την κανονική του ανάπτυξη και απόδοση υγρασία αφήνοντας την υπόλοιπη περιοχή σχετικά ξηρή. Οι όροι drip και trickle θεωρούνται συχνά συνώνυμοι. Παρόλα αυτά, σύμφωνα με το *ASAE Engineering practice (EP) 405 (ASAE, 1983)*, η trickle άρδευση περιλαμβάνει επίσης και τα συστήματα άρδευσης εκείνα τα οποία έχουν μεγαλύτερες παροχές από τα περισσότερα συστήματα με σταγόνες (drip). Για τη στάγδην άρδευση, η παροχή για μεμονωμένους σημειακούς επιφανειακούς σταλακτήρες είναι γενικά μικρότερη από 12 l/h και μικρότερη από 12 l/h/m για την περίπτωση γραμμικής πηγής.

Η μέθοδος είναι σχετικά πρόσφατη, είναι πολύ αποτελεσματική όταν εφαρμόζεται σωστά και έχει βρει τεράστια αποδοχή λόγω του ότι η αύξηση του παγκόσμιου πληθυσμού έχει αναγκάσει τους επιστήμονες που ασχολούνται με το θέμα να προσπαθούν να βρουν καινούργιες ιδέες για να διατηρήσουν σταθερή ή ακόμα και να μειώσουν την ποσότητα νερού άρδευσης ενώ ταυτόχρονα να αυξήσουν την αποδοτικότητα της άρδευσης. Ιδιαίτερα, η μέθοδος προσφέρεται για περιπτώσεις που η διαθέσιμη παροχή άρδευσης είναι πολύ μικρή, με αποτέλεσμα να μην μπορούν να εφαρμοστούν άλλες μέθοδοι. Αν και η μέθοδος μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την άρδευση όλων σχεδόν των καλλιεργειών, η πρακτική της περιορίζεται σε υψηλής αξίας μόνιμες καλλιέργειες, οπωρώνες, αμπελώνες και καλλωπιστικών φυτών. Παρ' όλα αυτά υπάρχει ένα συνεχές και έντονο ενδιαφέρον για την επέκταση της εφαρμογής της μεθόδου σε χαμηλότερης αξίας γραμμικές καλλιέργειες όπως το βαμβάκι και το καλαμπόκι μέσω της μόνιμης υπόγειας στάγδην άρδευσης. Ένα άλλο πλεονέκτημα της είναι ότι μπορεί να εφαρμοστεί σε περιοχές με εξαιρετικά ανώμαλη τοπογραφία χωρίς την ανάγκη ισοπέδωσης.

Ο κύριος σκοπός της στάγδην άρδευσης είναι να επαναφέρει την υγρασία του εδάφους στην υδατοικανότητα (field capacity) σε όλη εκείνη την περιοχή του εδάφους όπου λαμβάνει χώρα η πρόσληψη του εδαφικού νερού από τις ρίζες καθώς επίσης και η

εξάτμιση. Όταν η υγρασία του εδάφους μειωθεί λόγω εξατμισοδιαπνοής σε κάποιο επιτρεπτό όριο, χρειάζεται νέα εφαρμογή νερού (*Marshall and Holmes, 1979*).

Το άνω όριο της διαθέσιμης υγρασίας (field capacity) για τα φυτά, γενικά ορίζεται ως η υγρασία εκείνη του εδάφους η οποία προκύπτει αν αφήσουμε ένα έδαφος να στραγγίσει ελεύθερα για 2 ή 3 μέρες ή για ένα έδαφος το οποίο υπόκειται σε μία πίεση από 5 έως 30 kPa (0.05 έως 0.3 bar). Οι χαμηλότερες τιμές ισχύουν γενικά για τα αμμώδη εδάφη και οι υψηλότερες τιμές για τα αργιλώδη εδάφη. Κατά τη διάρκεια που το έδαφος στραγγίζει προς την υδατοικανότητα, τα αναπτυσσόμενα φυτά μπορούν να χρησιμοποιήσουν κάποιο ποσοστό του νερού πάνω από τη διαθέσιμη υγρασία. Το χαμηλότερο όριο εδαφικής υγρασίας (permanent wilting point) προσδιορίζεται ως η υγρασία εκείνη στην οποία φυτά-δείκτες μαραίνονται μόνιμα (μη αντιστρέψιμη κατάσταση για το φυτό). Η τάση της εδαφικής υγρασίας στο σημείο αυτό είναι περίπου 1500 kPa (15 bars) (*Peters, 1965; Kramer, 1969*).

Οι αρχές που διέπουν τη ροή του εδαφικού νερού κατά την άρδευση έχουν ερευνηθεί από πολλούς επιστήμονες. Σύμφωνα με τους *Miller and Klute (1967)*, η ροή του νερού στο έδαφος μπορεί να χωριστεί σε τρεις φάσεις:

➤ *διήθηση* (infiltration): Η φάση αυτή ξεκινά με την εφαρμογή του νερού και τελειώνει με τη λήξη της άρδευσης και την εξάντληση του νερού από την επιφάνεια του εδάφους.

➤ *ανακατανομή* (redistribution): Η κίνηση του νερού στην κατακόρυφη και στην οριζόντια διεύθυνση δεν σταματά απευθείας με το τέλος της διήθησης, αλλά εξακολουθεί να υπάρχει για μεγάλο χρονικά διάστημα καθώς το νερό ανακατανέμεται στο εδαφικό προφίλ. Το μέρος εκείνο του εδάφους που βρισκόταν κοντά στον κορεσμό κατά τη φάση της διήθησης δεν διατηρεί το νερό αυτό γιατί κάποιο μέρος του κινείται μέσα στο εδαφικό προφίλ κάτω από την επίδραση των κλίσεων του υδραυλικού φορτίου.

➤ *απόσυρση* (withdrawal): Εδώ περιλαμβάνεται κυρίως η πρόσληψη του εδαφικού νερού από τις ρίζες των φυτών για την ικανοποίηση των αναγκών τους σε διαπνοή. Παρόλα αυτά, η εξάτμιση από την επιφάνεια του εδάφους ή η στράγγιση σε μεγαλύτερα βάθη μπορεί να παίξουν σημαντικό ρόλο σε ορισμένες περιπτώσεις.



Οι περισσότερες διεργασίες που περιλαμβάνουν την αλληλεπίδραση νερού-εδάφους στον αγρό και ιδιαίτερα η ροή του νερού στο ριζόστρωμα των περισσότερων φυτών εμφανίζονται όταν το έδαφος είναι μη κορεσμένο. Η ροή του νερού σε μη κορεσμένα εδάφη είναι γενικά περίπλοκη και είναι δύσκολο να περιγραφεί ποιοτικά καθώς εμπεριέχει μεταβολές στην κατάσταση και στην περιεκτικότητα του εδάφους σε νερό κατά τη διάρκεια της ροής. Οι μεταβολές αυτές συχνά περιλαμβάνουν περίπλοκες σχέσεις μεταξύ φορτίου πίεσης και υδραυλικής αγωγιμότητας και φορτίου πίεσης και εδαφικής υγρασίας, οι οποίες μπορεί να γίνουν ακόμα πιο περίπλοκες στη περίπτωση που λάβουμε υπόψη μας και το φαινόμενο της υστέρησης. Η λύση προβλημάτων ροής του νερού υπό ακόρεστες συνθήκες ροής πολύ συχνά απαιτεί τη χρήση έμμεσων μεθόδων ανάλυσης, βασισμένων σε τεχνικές αριθμητικής ανάλυσης (Hillel, 1977).

## **1.2. Κατανομή του νερού άρδευσης στα εδάφη κατά τη στάγδην άρδευση.**

Οι Goldberg and Shmueli (1970) εξέτασαν την επίδραση των επαναλήψεων άρδευσης στην κατανομή της εδαφικής υγρασίας σε ένα άμμο-αργιλώδες έδαφος σε καλλιέργεια αμπέλου υπό καθεστώς στάγδην άρδευσης. Ανέφεραν ότι όσο πιο μικρός ήταν ο αριθμός επαναλήψεων, με αναλογικά μικρότερες ποσότητες εφαρμογής σε κάθε άρδευση τόσο πιο μικρές ήταν οι μεταβολές της εδαφικής υγρασίας στο ριζόστρωμα.

Οι Bresler et al. (1971) πραγματοποίησαν στον αγρό και στο εργαστήριο πειράματα για να μελετήσουν την επίδραση της παροχής των σταλακτήρων στην κατανομή της εδαφικής υγρασίας και στη θέση του μετώπου διαβροχής. Τα εδάφη που χρησιμοποίησαν στην εργασία τους ήταν αμμώδη (sandy) και πηλώδη (loamy). Διαπίστωσαν ότι αύξηση της παροχής του σταλακτήρα είχε σαν αποτέλεσμα την αύξηση της οριζόντιας συνιστώσας του μετώπου διαβροχής και ταυτόχρονα μείωση της κατακόρυφης συνιστώσας του μετώπου διαβροχής.

Ο Roth (1974), πειραματιζόμενος στο χωράφι σε ξηρά αμμώδη εδάφη, παρατήρησε ότι ο διαβρεχόμενος εδαφικός όγκος είχε σφαιρικό σχήμα όταν ο συνολικός όγκος νερού που εφαρμοζόταν ήταν λιγότερος από 95 l. Στην περίπτωση που ο συνολικός όγκος εφαρμογής ήταν παραπάνω από 95 l, η μετακίνηση του νερού ήταν περισσότερο κατακόρυφη παρά οριζόντια. Ο Roth επίσης διαπίστωσε ότι ο ρυθμός εφαρμογής δεν επηρέαζε σημαντικά τη μορφή του μετώπου διαβροχής σταλακτήρων από 0.25 έως 2.5

$l \cdot h^{-1}$ , η κατακόρυφη επέκταση του μετώπου διαβροχής αυξανόταν, ενώ η οριζόντια μειωνόταν.

Οι *Jury and Earl* (1977) παρατήρησαν την κίνηση του νερού από ένα μεμονωμένο σταλακτήρα κατά τη διάρκεια πειράματος που πραγματοποιήθηκε σε πηλοαμμώδες έδαφος με χαμηλή υδραυλική αγωγιμότητα στον κορεσμό, της τάξης των  $5 \text{ mm} \cdot \text{h}^{-1}$ . Διαπιστώθηκε ότι μεγαλύτερες ποσότητες νερού κινήθηκαν πλευρικά όταν η άρδευση γίνονταν με εύρος εβδομάδας, απ' ότι όταν η άρδευση γίνονταν καθημερινά, ένα αποτέλεσμα που δεν ήταν σύμφωνο με τα αποτελέσματα απλουστευμένων μοντέλων που δεν λάμβαναν υπόψη τη δημιουργία λεπτής στρώσης νερού στην επιφάνεια του εδάφους. Οι παρατηρήσεις της διαβρεχόμενης ακτίνας στην επιφάνεια, έδειξαν ότι οι σημαντικές ποσότητες νερού που απέρρεαν πλευρικά κατά τη διάρκεια της εβδομαδιαίας άρδευσης, θα μπορούσαν να ερμηνεύσουν τις μεταβολές υγρασίας που παρουσιάζονταν σε μεγάλες αποστάσεις από το σταλακτήρα.

Οι *Padmakumari and Sivanappan* (1979) μελέτησαν το μέτωπο διαβροχής για παροχή σταλακτήρα από 5 έως  $30 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1}$ , για συνολικό όγκο εφαρμογής  $10 \text{ l} \cdot \text{day}^{-1}$  και για 6 εβδομάδες σε ένα ιλύο-άργιλο-πηλώδες έδαφος (γυμνό έδαφος). Παρατήρησαν ότι το βάθος του μετώπου διαβροχής ήταν μεγαλύτερο για τις μικρότερες παροχές και για μεγαλύτερους χρόνους από ότι για μεγαλύτερες παροχές και μικρότερους χρόνους εφαρμογής. Συμπέραναν ότι η κατανομή του εδαφικού νερού εξαρτάται άμεσα από την παροχή και τη διάρκεια της άρδευσης.

Οι *Levin et al.* (1979a) ερεύνησαν την κατανομή της εδαφικής υγρασίας στην περίπτωση στάγδην άρδευσης οπωρώνα με μηλιές σε ένα βαρύ έδαφος βάθους 0.6 m. Οι εδαφικές υγρασίες προσδιορίστηκαν σε τρεις διαφορετικές αρδευτικές μεταχειρίσεις με διαφορετικές παροχές, αποστάσεις μεταξύ σταλακτῆρων και συχνότητα εφαρμογής αλλά με την ίδια πάντα δόση εφαρμογής. Παρατήρησαν ότι η εδαφική υγρασία καθώς επίσης και η κατανομή του ριζικού συστήματος κάλυπταν μεγαλύτερο εμβαδόν όταν το έδαφος αρδευόταν για 2 φορές την εβδομάδα με παροχή σταλακτήρα  $8 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1}$  από ότι όταν αρδευόταν κάθε μέρα ή μια φορά την εβδομάδα με παροχή  $4 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1}$ . Επίσης διαπίστωσαν ότι η ημερήσια σε σχέση με την εβδομαδιαία άρδευση έδωσε πιο περιορισμένη κατανομή στην εδαφική υγρασία αλλά μια παρόμοια κατανομή του ριζικού συστήματος.

Ο *Ben-Asher* (1979) ερεύνησε την επίδραση της χρονικής στιγμής έναρξης της άρδευσης στην απόδοση των φυτών και στην κατανομή του νερού στο έδαφος. Φυτά τομάτας αρδεύονταν καθημερινά με στάγδην άρδευση σε αμμώδες έδαφος. Η άρδευση εφαρμοζόταν κατά τη διάρκεια της ημέρας στον έναν αγρό και λίγες ώρες μετά τη δύση του ηλίου στο δεύτερο αγρό. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η άρδευση κατά τη διάρκεια της ημέρας αύξησε σημαντικά την απόδοση των φυτών καθώς επίσης και την αποτελεσματικότητα της άρδευσης (water use efficiency). Όταν η άρδευση γινόταν κατά τη διάρκεια της νύχτας χανόταν περίπου το 35-50% του νερού λόγω βαθιάς διήθησης κάτω από το ριζόστρωμα. Το συμπέρασμα αυτό δικαιολογήθηκε λόγω της εξατμισοδιαπνοής κατά τη διάρκεια της ημέρας η οποία μείωνε το ποσοστό του νερού το οποίο ήταν διαθέσιμο για βαθιά διήθηση.

Οι *Mostaghimi et al.* (1981a) χρησιμοποιώντας έδαφος ιλο-άργιλο-πηλώδες παρατήρησαν ότι ο διαβρεχόμενος όγκος του εδάφους μεταβαλλόταν σε συνάρτηση με την παροχή. Οι εργαστηριακές μετρήσεις τους έδειξαν ότι η αύξηση της παροχής είχε ως αποτέλεσμα την αύξηση της κατακόρυφης συνιστώσας και τη μείωση της οριζόντιας.

Οι *Ah Koon et al.* (1990) διερεύνησαν την επίδραση της παροχής του σταλακτήρα στην κατανομή της εδαφικής υγρασίας και τη στράγγιση, σε έδαφος καλλιεργούμενο με ζαχαροκάλαμο, και σε έδαφος υπό αγρανάπαυση με την εφαρμογή τριών διαφορετικών παροχών (1, 2 και 4  $l\ h^{-1}$ ). Η αύξηση της παροχής είχε ως αποτέλεσμα τη μεγαλύτερη πλευρική επέκταση της βρεχόμενης επιφάνειας αλλά δεν είχε επιπτώσεις στο ρυθμό της στράγγισης. Η μέγιστη απώλεια νερού εξαιτίας της στράγγισης υπολογίστηκε στο μέσο της απόστασης των σταλακτήρων. Αυτό ερμηνεύεται από την επικάλυψη που δημιουργείται από τους παρακείμενους σταλακτήρες.

Ο *Assouline* (2002) διενήργησε πειράματα επιφανειακής στάγδην άρδευσης με παροχή 0.25, 2 και 8  $l\ h^{-1}$  σε καλλιέργεια καλαμποκιού. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι η μικρότερη παροχή είχε την τάση να αυξήσει την παραγωγή (αν και δεν υπήρχε στατιστικά σημαντική διαφορά) και επίσης οι τιμές της εδαφικής υγρασίας ήταν μικρότερες στα 0-30 cm και μεγαλύτερες στα 60-90 cm.

Οι *Ben-Gal et al.* (2004) προκειμένου να λύσουν το πρόβλημα της μεταβαλλόμενης παροχής του σταλακτήρα λόγω της ανάπτυξης θετικών φορτίων στο έδαφος που τον

περιβάλλει, επένδυσαν το ορύγμα που θα τοποθετούνταν ο αγωγός με χαλίκι. Στη συνέχεια προσομοίωσαν τις συνθήκες αυτές χρησιμοποιώντας το μοντέλο *HYDRUS\_2D* και παρατήρησαν συμφωνία μεταξύ μετρημένων και υπολογισμένων δεδομένων. Επίσης κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι ο όγκος του χαλικιού που θα περιβάλλει τον αγωγό εξαρτάται από την παροχή, την απόσταση των σταλακτήρων και τις υδραυλικές ιδιότητες του εδάφους και γενικά ότι υπάρχει μια αντιστρόφως ανάλογη σχέση μεταξύ υδραυλικής αγωγιμότητας και όγκου χαλικιού.

Οι *Lazarovich, Simunek and Shani* (2005) τροποποίησαν το *HYDRUS\_2D* προκειμένου να μπορούν να λαμβάνονται υπόψιν οι μεταβολές στην παροχή των σταλακτήρων λόγω της μεταβολής της πίεσης γύρω από το σταλακτήρα χρησιμοποιώντας τις χαρακτηριστικές καμπύλες λειτουργίας των σταλακτήρων.

Οι *Vyrlas and Sakellariou – Markantonaki* (2005) μελέτησαν την επίδραση της διακοπτόμενης άρδευσης από σύστημα στάγδην άρδευσης σε καλλιέργεια ζαχαρότευτλων. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι τα αγροτικά τεμάχια τα οποία αρδεύτηκαν μέσω διακοπτόμενης άρδευσης υπερέβησαν σε απόδοση και ποιότητα αυτά που αρδεύτηκαν μέσω συμβατικής εφαρμογής ενώ η συμβατική εφαρμογή συνετέλεσε στην πιο ομοιόμορφη κατατομή της εδαφικής υγρασίας.

Οι *Fernandez and Simmonds* (2006) χρησιμοποιώντας το μοντέλο *HYDRUS\_2D* ανέπτυξαν μία μεθοδολογία για τον προσδιορισμό της κατανομής της εδαφικής υγρασίας σε αγρό αρδευόμενο με συστήματα στάγδην άρδευσης.

Ο *Provenzano* (2007) χρησιμοποιώντας το μοντέλο *HYDRUS\_2D* μελέτησε την επίδραση της συχνότητας εφαρμογής του νερού και της αρχικής περιεχόμενης υγρασίας του εδάφους (sandy loam) στο σχήμα και το μέγεθος του υγρού μετώπου που δημιουργείται γύρω από έναν σταλακτήρα εγκαταστημένο σε βάθος 10 cm.

Οι *Elmaloglou and Diamantopoulos* (2009) παρουσίασαν ένα μοντέλο που προσομοιώνει την δυναμική του εδαφικού νερού σε καλλιεργημένο έδαφος από υπόγεια γραμμική πηγή στάγδην άρδευσης. Το μοντέλο αξιολογήθηκε χρησιμοποιώντας την αναλυτική λύση των *Warrick and Lomen* (1976) καθώς και το μοντέλο *HYDRUS\_2D*

Οι *Kandelus and Simunek* (2010) προκειμένου να αξιολογήσουν την δυνατότητα του μοντέλου *HYDRUS\_2D* να προσομοιώνει την κίνηση του εδαφικού νερού από

υπόγεια γραμμική πηγή διενέργησαν μια σειρά εργαστηριακών πειραμάτων και πειραμάτων στον αγρό. Τα πειράματα περιελάμβαναν ένα βαρύ έδαφος (clay loam) και διαφορετικά βάθη εγκατάστασης καθώς και διαφορετικές παροχές.

Οι *Elmaloglou and Diamantopoulos* (2010) μελέτησαν την επίδραση των υδραυλικών ιδιοτήτων του εδάφους, της παροχής, της ισαπόστασης των σταλακτήρων και του χρόνου άρδευσης στη δυναμική του εδαφικού νερού από επιφανειακή πηγή στάγδην άρδευσης. Επίσης μελέτησαν την επίδραση της διακοπτόμενης στάγδην άρδευσης και του φαινομένου της υστέρησης στο μέτωπο διαβροχής, στις κατατομές εδαφικής υγρασίας και στις απώλειες λόγω βαθιάς διήθησης.

Οι *Phogat et al.* (2011) χρησιμοποίησαν το μοντέλο *HYDRUS\_2D* για την περιγραφή της διήθησης και ανακατανομής του νερού καθώς και της κίνησης των διαλυμένων ουσιών από επιφανειακή σημειακή πηγή σε καλλιέργεια αμυγδάλου. Επίσης μελέτησαν την επίδραση της συνεχούς και διακοπτόμενης στάγδην άρδευσης στις απώλειες λόγω βαθιάς διήθησης και κατ' επέκταση στην έκπλυση αλάτων. Τα αποτελέσματα τους δείχνουν, σε αντίθεση με άλλες μελέτες (*Cote et al.*, 2003, *Assouline et al.* 2006, *Elmaloglou and Diamantopoulos* 2009), μεγαλύτερες απώλειες στην περίπτωση της διακοπτόμενης άρδευσης γεγονός που απέδωσαν στην μη ακριβή γνώση της αρχικής περιεχόμενης υγρασίας και της σπουδαιότητάς της στην περιγραφή του φαινομένου.

Οι *Gil et al.* (2011) διενεργώντας πειράματα και χρησιμοποιώντας το μοντέλο *HYDRUS\_2D/3D* προσπάθησαν να αξιολογήσουν την επίδραση των υδραυλικών ιδιοτήτων του εδάφους στην παροχή των σταλακτήρων υπόγειων συστημάτων στάγδην άρδευσης και ανέπτυξαν μια μεθοδολογία για τον υπολογισμό μίας μέγιστης παροχής που θα πρέπει να έχουν οι σταλακτήρες (ανάλογα με τον τύπο του εδάφους) ώστε παρά την παρατηρούμενη μείωση να εξασφαλίζεται η αποδοτικότητα της μεθόδου.

### 1.3. Προσομοίωση της κίνησης του νερού στα εδάφη.

Η εξίσωση των *Green and Ampt* (1911) είναι μία από τις παλαιότερες εξισώσεις διήθησης που αναφέρονται στη διεθνή βιβλιογραφία. Οι συγγραφείς βασίστηκαν σε μια σειρά εργαστηριακών πειραμάτων με χρήση στηλών εδάφους, αλλά η εξίσωση τους διαθέτει θεωρητική βάση και γενικευμένη εφαρμογή. Για την εφαρμογή της, απαιτείται ο καθορισμός της τιμής του φορτίου πίεσης του εδαφικού νερού στο μέτωπο διαβροχής από ένα πείραμα διήθησης. Για διήθηση σε αρχικά ξηρό έδαφος, το φορτίο πίεσης αυτό μπορεί να είναι της τάξης των 50 - 100 cm νερού, ή 0.05 - 0.1 bar (*Green and Ampt*, 1911; *Hillel and Gardner*, 1970). Όμως σε συνθήκες πεδίου, όπου η αρχική εδαφική υγρασία δεν είναι κατανεμημένη ομοιόμορφα και επίσης η μορφή του μετώπου διαβροχής μπορεί να είναι τέτοια ώστε η ακριβής θέση του σε κάθε χρονική στιγμή να μην μπορεί να προσεγγιστεί επιτυχώς, ο προσδιορισμός του φορτίου πίεσης στο μέτωπο διαβροχής είναι σχεδόν αδύνατος. Οι μέθοδος των *Green και Ampt* βρίσκει εφαρμογή και στην περίπτωση της στάγδην άρδευσης. Ενδεικτικά αναφέρουμε τις εργασίες των *Chu* (1994), *Sepaskhah and Chitsaz* (2004).

Ο *Klute* (1952) ήταν ίσως ο πρώτος ερευνητής που χρησιμοποίησε αριθμητικές τεχνικές για τη προσομοίωση προβλημάτων ακόρεστης ροής. Η χρησιμοποίηση μεθόδων πεπερασμένων διαφορών για τη μελέτη της κίνησης του νερού στο έδαφος πρωτοπαρουσιάστηκε από τους *Day and Luthin* (1956). Έλυσαν το πρόβλημα της κατακόρυφης στράγγισης με τη μέθοδο ολοκλήρωσης *Gauss-Seidel*. Χρησιμοποίησαν στο άνω όριο συνθήκη μη ροής (no-flow condition) και στο κάτω όριο σταθερό φορτίο πίεσης.

Οι *Hanks and Bowers* (1962) χρησιμοποίησαν το σχήμα πεπερασμένων διαφορών *Crack-Nicolson* για να μελετήσουν την οριζόντια και κατακόρυφη διήθηση σε ομοιόμορφα εδάφη και σε εδάφη με στρώσεις. Οι *Ashcroft et al.* (1962) εφάρμοσαν ένα πεπλεγμένο (implicit) σχήμα για την προσομοίωση οριζόντιας ροής. Στην περίπτωση αυτή ως μέθοδος επίλυσης επιλέχτηκε η Gaussian μέθοδος απαλοιφής. Η αριθμητική προσέγγιση των *Hanks and Bowers* (1962) χρησιμοποιήθηκε αργότερα από τους *Jensen and Hanks* (1967) για τη διερεύνηση προβλημάτων στράγγισης σε στήλες.

Ο *Wooding* (1968) ανέπτυξε μια αναλυτική λύση για τη γραμμικοποιημένη εξίσωση διήθησης σταθερής κατάστασης από μια πεπερασμένη κυκλική επιφάνεια σταθερής υγρασίας.

Ο *Rubin* (1968) επέκτεινε τη χρήση της αριθμητικής προσομοίωσης στη διδιάστατη μη μόνιμη ροή σε ακόρεστο και κορεσμένο έδαφος. Το πρόβλημα της διήθησης λύθηκε με τη πεπλεγμένη μέθοδο εναλλασσόμενων διευθύνσεων (ADI). Για το πρόβλημα της στράγγισης, χρησιμοποιήθηκε η επαναληπτική πεπλεγμένη μέθοδος εναλλασσόμενων διευθύνσεων (ITADI). Χρησιμοποιήθηκαν οριακές συνθήκες μη-ροής (no-flow) καθώς επίσης ομοιόμορφες αρχικές συνθήκες.

Οι *Bresler et al.* (1969) χρησιμοποίησαν την τροποποιημένη προσέγγιση των *Hanks and Bowers* (1962) για να μελετήσουν τα τρία διαφορετικά στάδια της ροής του νερού στο έδαφος (διήθηση, ανακατανομή, εξάτμιση). Στο κάτω όριο χρησιμοποιήθηκαν διάφοροι τύποι οριακών συνθηκών. Στο άνω όριο χρησιμοποιήθηκε οριακή συνθήκη σταθερού φορτίου.

Ο *Freeze* (1971) ήταν ο πρώτος ερευνητής ο οποίος επέκτεινε τη χρήση των πεπερασμένων διαφορών σε τρισδιάστατα προβλήματα ροής. Ένα πολύ περίπλοκο πρόβλημα ροής σε ακόρεστα εδάφη λύθηκε με τη μέθοδο *line successive over relaxation* (LSOR).

Οι *Brandt et al.* (1971) ήταν οι πρώτοι που ασχολήθηκαν με προβλήματα διήθησης από σημειακή πηγή σε γυμνό έδαφος. Ανάπτυξαν ένα μαθηματικό μοντέλο για την περιγραφή της διήθησης. Θεώρησαν ότι η διαφορική εξίσωση, η οποία περιγράφει τη ροή του νερού στο σύστημα, μπορεί να εκφραστεί με την εισαγωγή του όρου του συντελεστή διάχυσης στην εξίσωση της ροής του νερού, με τρόπο παρόμοιο με εκείνο των *Miller and Klute* (1967). Το πρόβλημα λύθηκε με την πεπλεγμένη μέθοδο εναλλασσόμενων διευθύνσεων σε συνδυασμό με την επαναληπτική μέθοδο *Newton*. Στην αριθμητική λύση των *Brandt et al.* (1971), η προσομοίωση της διήθησης ενσωμάτωνε την υπόθεση της κορεσμένης ζώνης εισόδου του νερού στο έδαφος, φαινόμενο υπαρκτό στις γραμμικές και στις σημειακές πηγές στάγδην άρδευσης.

Οι *Bresler et al.* (1971) αξιολόγησαν το μοντέλο των *Brandt et al.* (1971) στον αγρό. Για μικρές παροχές, τα αριθμητικά και πειραματικά αποτελέσματα

συμφωνούσαν. Υπήρχε μια διαφορά για μεγάλες τιμές της παροχής του σταλακτήρα λόγω της αύξησης της οριζόντιας συνιστώσας του μετώπου διαβροχής (και μείωση της κατακόρυφης).

Το πρώτο βήμα για την ανάλυση της διήθησης από πηγή σταθερής παροχής, σε ετερογενή εδάφη, σε δύο και τρεις διαστάσεις σε σταθερή κατάσταση, έγινε από τον *Philip* (1972). Αυτή η εργασία προέκυψε από την απλή και φυσική επέκταση μελετών της ημι-γραμμικοποιημένης εξίσωσης διήθησης σταθερής κατάστασης από υπόγειες και επιφανειακές σημειακές και γραμμικές πηγές σε ετερογενή εδάφη (*Philip*, 1968a, 1969, 1971; *Raats*, 1971). Επίσης προσέφερε και μια γενική θεώρηση της επιρροής της ετερογένειας στο χαρακτήρα της δισδιάστατης και τρισδιάστατης διήθησης σταθερής κατάστασης. Οι αναλυτικές λύσεις που παρουσιάστηκαν τότε περιέγραφαν την άρδευση από υπόγειες γραμμικές ή σημειακές πηγές, υπερκείμενες μιας αδιαπέρατης στρώσης. Οι *Philip and Forrester* (1975), ανέλυσαν τη διήθηση από υπόγειες και επιφανειακές σημειακές και γραμμικές πηγές σε ετερογενή εδάφη. Παρουσίασαν αναλυτικές λύσεις της ημι-γραμμικοποιημένης εξίσωσης διήθησης σταθερής κατάστασης, γενικευμένες ώστε να εφαρμόζονται σε ετερογενή εδάφη με την υδραυλική αγωγιμότητα να μεταβάλλεται εκθετικά σε σχέση με το φορτίο πίεσης. Επίσης, ο *Philip* διατύπωσε το πρόβλημα της διήθησης σταθερής κατάστασης σε σφαιρικές κοιλότητες και εισήγαγε την ημι-γραμμικοποιημένη εξίσωση για τη σταθερή ροή σε ακόρεστα μέσα (*Philip*, 1968a, 1968b, 1984a). Το πρόβλημα το οποίο επιλύθηκε αναλυτικά ήταν αυτό της ημι-γραμμικοποιημένης διήθησης σταθερής κατάστασης από σφαιρικές κοιλότητες με σταθερό φορτίο πίεσης στην επιφάνειά τους. Οι λύσεις παρουσιάστηκαν αριθμητικά και γραφικά για διάφορες τιμές της αδιάστατης ακτίνας  $R_0$  της κοιλότητας. Τα θέματα που εξετάστηκαν ήταν η εξάρτηση της ακτίνας  $R_0$  από τη συνολική ποσότητα του νερού που εφαρμόζεται στη σφαιρική κοιλότητα, από τη μεταβολή της παροχής καθώς και από την κατατομή της εδαφικής υγρασίας και του φορτίου πίεσης. Τα αποτελέσματα έδειξαν ότι καθώς αυξάνει η ακτίνα  $R_0$ , παρουσιάζεται παραμόρφωση της κατατομής της υγρασίας, η οποία προέρχεται από την επιρροή της βαρύτητας, σε σχέση με τη συμμετρική κατατομή που θα δημιουργούνταν από την επιρροή μόνο των τριχοειδών δυνάμεων. Αυτή η παραμόρφωση αποτελούσε μόνο το ένα εκατοστό της αντίστοιχης διήθησης από κυκλικές - κυλινδρικές κοιλότητες, πράγμα που απέδειξε ότι η επιρροή της βαρύτητας έναντι των τριχοειδών



δυνάμεων είναι ισχυρότερη στις περιπτώσεις δυσδιάστατων συστημάτων από ότι στις περιπτώσεις τρισδιάστατων συστημάτων διήθησης.

Ο *Parlange* (1972) ανέπτυξε μία αναλυτική έκφραση για τη διήθηση του νερού από κυλινδρικές και σφαιρικές κοιλότητες. Για μικρούς χρόνους, η λύση ανάγεται στη μονοδιάστατη περίπτωση. Μετά από έναν ορισμένο χρόνο το έδαφος γύρω από την κοιλότητα γίνεται κορεσμένο και ερευνήθηκε η επέκταση της κορεσμένης περιοχής με το χρόνο. Επίσης, εισήχθησαν συντελεστές διόρθωσης που οφείλονται στη βαρύτητα στην περίπτωση της σφαιρικής κοιλότητας.

Οι *Neuman et al.* (1973) παρουσίασαν ένα συντηρητικό σχήμα πεπερασμένων στοιχείων επίλυσης της εξίσωσης του *Richards* με βάση το  $h$ , το οποίο συμπεριελάμβανε και ταυτόχρονη πρόσληψη του νερού από τα φυτά. Για την αύξηση της ταχύτητας σύγκλισης και τη μείωση των αριθμητικών ταλαντώσεων, που μπορεί να προκύψουν στο υπολογιστικό σχήμα κατά την προσομοίωση της ροής, ιδίως για προβλήματα διήθησης σε ξηρό έδαφος, προτάθηκε από τον *Neuman* (1973) οι κομβικές τιμές της χρονικής παραγωγού να υπολογίζονται ως οι μέσες σταθμισμένες τιμές της χρονικής παραγωγού ολόκληρης της περιοχής ροής, διαδικασία που είναι γνωστή ως συσσώρευση μάζας.

Οι *Selim and Kirkham* (1973) και οι *Turner and Parlange* (1974) ανέλυσαν τη διήθηση από πεπερασμένη πηγή υπό γωνία. Η πρώτη ήταν αριθμητική διερεύνηση όταν υπάρχει σημαντική επίδραση της βαρύτητας, ενώ η δεύτερη αφορούσε θεωρητική και πειραματική διερεύνηση χωρίς σημαντική επίδραση της βαρύτητας. Παρά τη σημαντική διαφορά στη θεώρηση της βαρύτητας μεταξύ τους, η μορφή των μετώπων διαβροχής είναι παρόμοια και στις δύο περιπτώσεις.

Εάν σε ένα έδαφος με μεγάλη διηθητικότητα εφαρμοστεί άρδευση με σταγόνες με μικρό ρυθμό εφαρμογής του νερού, τότε η διαβρεχόμενη ζώνη στην επιφάνεια του εδάφους θα είναι μικρή και η διήθηση θα είναι παρόμοια με αυτή που παρουσιάζεται από μία μικρή ημισφαιρική επιφανειακή κοιλότητα. Η μαθηματική ανάλυση της διήθησης από ημισφαιρική κοιλότητα (*Raats*, 1971; *Parlange*, 1973; *Warrick*, 1974), είναι αρκετά απλούστερη από την ανάλυση της διήθησης από μία επιφάνεια διαβροχής με σχήμα δίσκου (*Wooding*, 1968; *Warrick and Lomen*, 1976), ειδικά σε μικρά χρονικά διαστήματα όπου στην περίπτωση της κοιλότητας υπάρχει ακτινική συμμετρία.

Ο *Bresler* (1975) ανέπτυξε ένα μαθηματικό μοντέλο για την περιγραφή της ταυτόχρονης μεταφοράς μη αντιδρώντων με το έδαφος διαλυτών ουσιών και νερού στα εδάφη. Το μοντέλο αυτό είχε τη δυνατότητα να περιγράψει και τη ροή του νερού από πηγή στάγδην άρδευσης. Η εξίσωση που περιέγραφε το παραπάνω μη μόνιμο πρόβλημα λύθηκε με τη μέθοδο πεπερασμένων διαφορών των *Brandt et al.* (1971).

Ο *Bresler* (1978) υπέθεσε ότι το έδαφος ήταν ένα πορώδες μέσο, ομοιογενές, ισότροπο και σταθερό, με αμελητέα εξάτμιση και ότι ο σταλακτήρας ήταν μια μικρή κυκλική κατακλυζόμενη πηγή που αυξάνεται με φθίνοντα ρυθμό, μέχρι να μπορεί να υποθεθεί ότι επιτεύχθηκαν συνθήκες σταθερής κατάστασης. Αυτές οι υποθέσεις μπορεί να είχαν εισαγάγει κάποιο λάθος αλλά επέτρεψαν να εξαχθεί μια κατά προσέγγιση λύση της αξονοσυμμετρικής, δισδιάστατης εξίσωσης ροής του νερού. Παρουσίασε ένα νομογράφημα που συνδύαζε την παροχή με την ισαποχή των σταλακτήρων για δύο εδάφη. Αυτό διευκόλυνε την κατάλληλη επιλογή της σχέσης ισαποχής και παροχής ώστε να διατηρηθεί ένα ορισμένο φορτίο πίεσης στην επιφάνεια στο ήμισυ της απόστασης μεταξύ των δύο πηγών. Στα αποτελέσματα του *Bresler*, κάθε καμπύλη συνδύαζε την ισαποχή των σταλακτήρων  $d_s$  σε cm, με την παροχή  $q$  σε l/h για φορτίο πίεσης στο ήμισυ της απόστασης,  $H_m$ ,  $-10$  ή  $-70$  cm. Μεγαλύτερες τιμές του  $H_m$ , μπορούν να επιτευχθούν είτε με αύξηση της παροχής είτε με μείωση της ισαποχής των σταλακτήρων. Με δεδομένη παροχή, η περίπτωση με τη μεγαλύτερη εδαφική υγρασία (φορτίο πίεσης στην ημι-απόσταση ίσο με  $-10$  cm) απαιτεί μικρότερη ισαποχή από την περίπτωση με τη μικρότερη εδαφική υγρασία ( $-70$  cm.). Επίσης, οι δύο σταλακτήρες πρέπει να είναι πιο κοντά στην περίπτωση του αμμώδους εδάφους προκειμένου να επιτευχθεί στην ημι-απόσταση το ίδιο φορτίο πίεσης με το πηλώδες έδαφος, για οποιαδήποτε δεδομένη παροχή. Ο *Bresler* διαπίστωσε ότι για να διατηρηθεί το  $H_m$  σε συνθήκες με μεγαλύτερη υγρασία (φορτίο πίεσης στην ημι-απόσταση ίσο με  $-10$  cm), απαιτούνται μεγάλοι ρυθμοί εφαρμογής του νερού, οι οποίοι δίνουν και μεγαλύτερη κορεσμένη ζώνη. Προκειμένου να επιτευχθεί ο μεγάλος ρυθμός εφαρμογής του νερού, η σημειακή πηγή μοιάζει περισσότερο με ένα κορεσμένο ημισφαίριο που θα προέκυπτε από μια πηγή με σχήμα δίσκου μεγάλης παροχής, για την ίδια τιμή του  $H_m$ .

Από τους *Warrick et al.* (1980) αναπτύχθηκε μία αναλυτική λύση, λαμβάνοντας υπόψη την απορρόφηση του νερού από το ριζικό σύστημα των φυτών, για όγκο εδάφους κυλινδρικού σχήματος.

Οι *Clothier and Scotter* (1982) πραγματοποίησαν ανασκόπηση των υφιστάμενων θεωριών των *Raats, Parlange* και *Warrick*, οι οποίες περιέγραφαν τη ροή σταθερής κατάστασης σε περιπτώσεις διήθησης από ημισφαιρικές κοιλότητες. Μία απλή θεωρία διήθησης προήλθε από τη σχέση συγκέντρωσης της ροής (flux concentration relation) του *Philip* (1973). Η μη γραμμική, σταθερής κατάστασης, θεώρηση της διήθησης από τον *Raats*, απέδωσε ικανοποιητικές προσεγγίσεις των κατατομών υγρασίας, πίσω από το μέτωπο διαβροχής. Αυτό επιτεύχθηκε με την εφαρμογή του μοντέλου του *Philip* (1969), σε ομοιογενές έδαφος υπό συνθήκες διήθησης σταθερής κατάστασης. Για το συγκεκριμένο μοντέλο υπάρχουν μόνο αριθμητικές λύσεις, όμως η εισαγωγή απλουστευτικών παραδοχών οδήγησε σε αρκετές αναλυτικές ή ημι-αναλυτικές λύσεις.

Οι *Lockington et al.* (1984), με σκοπό την περιγραφή της κίνησης του νερού σε πορώδες μέσο κάτω από σημειακή πηγή άρδευσης, χρησιμοποίησαν μη γραμμικές εξισώσεις διάχυσης για την περίπτωση σφαιρικής γεωμετρίας, η οποία παρουσιάζεται στα αρχικά στάδια της άρδευσης με σταγόνες. Το αποτέλεσμα ήταν μία γενική εξίσωση υπολογισμού της κορεσμένης ζώνης διήθησης και της θέσης του μετώπου διαβροχής κατά τη διάρκεια της άρδευσης, η οποία ήταν αποτέλεσμα βελτιστοποίησης και προφανώς είχε μεγάλη πρακτική σημασία.

Ο *Philip* (1984a) βασιζόμενος στην ημι-γραμμικοποιημένη εξίσωση της τρισδιάστατης διήθησης σταθερής κατάστασης σε ακόρεστα μέσα, καθόρισε το χρόνο μετακίνησης χρωματικών δεικτών από υπόγειες και επιφανειακές σημειακές πηγές και εισήγαγε αναλυτικές λύσεις των αντίστοιχων εξισώσεων.

Οι *Dasberg and Bresler* (1985) πρότειναν μια γραφική μέθοδο για να καθορίσουν την ισαποχή των σταλακτήρων, βασιζόμενοι στην κατά προσέγγιση λύση της αξονοσυμμετρικής, δισδιάστατης εξίσωσης ροής του νερού με ακτινική συμμετρία.

Ο *Warrick* (1985) συνέκρινε μια εναλλακτική λύση με τα αποτελέσματα του *Wooding* (1968) για κυκλική διαβρεχόμενη περιοχή βασισμένη στη λύση των *Warrick and Lomen* (1976) δηλαδή της διαβροχής από επιφάνεια με σχήμα δίσκου. Στην περίπτωση του *Wooding*, ο δίσκος είναι υπό σταθερό, ελαφρώς θετικό φορτίο πίεσης και στην περίπτωση του *Warrick* (1985), η μεταβολή του φορτίου πίεσης άνω από το δίσκο φάνηκε να είναι μικρή.

Οι *Schwartzman and Zur* (1986) παρουσίασαν μια μέθοδο για τον καθορισμό της ισαποχής των σταλακτήρων και της γεωμετρίας του διαβρεχόμενου εδαφικού όγκου κάτω από σημειακή πηγή στάγδην άρδευσης. Σύμφωνα με αυτούς, η κατανόηση των φυσικών νόμων που διέπουν τη μετακίνηση του εδαφικού νερού γύρω από μια σημειακή πηγή υποδεικνύει ότι η γεωμετρία του διαβρεχόμενου εδαφικού όγκου στο τέλος της άρδευσης εξαρτάται από τον τύπο του εδάφους, την παροχή του σταλακτήρα και τη συνολική ποσότητα νερού στο έδαφος. Η γεωμετρία του διαβρεχόμενου εδαφικού όγκου περιγράφεται καλύτερα από το βάθος της διαβροχής και τη διάμετρο του διαβρεχόμενου εδαφικού όγκου, η οποία μετράται στα ευρύτερα σημεία της. Η επίδραση του τύπου του εδάφους, εκφράζεται μέσω της υδραυλικής αγωγιμότητάς του, στον κορεσμό.

Οι *Healy and Warrick* (1988) παρουσίασαν μια τεχνική για την εκτίμηση της προώθησης του μετώπου διαβροχής με το χρόνο, καθώς και του αντίστοιχου όγκου διαβροχής στην περίπτωση διήθησης από επιφανειακή σημειακή πηγή στάγδην άρδευσης. Η τεχνική αυτή ήταν παρόμοια με αυτή των *Warrick and Amoozegar-Fard* (1979) και *Warrick et al.* (1985), για τη μελέτη της μονοδιάστατης κίνησης του εδαφικού νερού. Η ανάλυση αυτή περιλάμβανε απλουστευτικές υποθέσεις όπως: ομοιογενές έδαφος, καθόλου εξατμισοδιαπνοή, ομοιόμορφη κατανομή της αρχικής υγρασίας στην εδαφική κατατομή και απουσία του φαινομένου της υστέρησης. Οι διάφορες αριθμητικές μέθοδοι είναι πιο ακριβείς από την τεχνική των *Healy and Warrick* (1988), αλλά είναι δύσκολες και χρονοβόρες στην εφαρμογή τους. Η μέθοδος που προτάθηκε από τους *Healy and Warrick* (1988), βασίστηκε σε αριθμητική επίλυση, με χρήση πεπερασμένων διαφορών, της αδιάστατης μορφής της τρισδιάστατης εξίσωσης του Richards, στην περίπτωση ροής με αξονική συμμετρία. Οι λύσεις, στη γενική περίπτωση, προέκυψαν από εμπειρικές εξισώσεις, των οποίων οι συντελεστές παρουσιάστηκαν από τους *Healy and Warrick* (1988), για ποικιλία εδαφών και παροχών. Η συγκεκριμένη μέθοδος είναι ιδιαίτερης σημασίας για το σχεδιασμό συστημάτων στάγδην άρδευσης, διότι επιτρέπει μια απλή εκτίμηση του εύρους άρδευσης καθώς και της ισαποχής των σταλακτήρων, για δεδομένη παροχή εφαρμογής.

Οι *Lafolie et al.* (1989a) παρουσίασαν ένα σχήμα πεπερασμένων διαφορών επίλυσης της μετασχηματισμένης εξίσωσης κίνησης του νερού με μετασχηματισμούς *Kirchhoff*. Στην εργασία παρουσιάζονται λεπτομερώς οι σχέσεις και η μέθοδος

προσδιορισμού των χρονικά μεταβαλλόμενων οριακών συνθηκών της επιφάνειας και του μετώπου διαβροχής, ενώ σε εργασία των *Lafolie et al.* (1989b) η παραπάνω μεθοδολογία επαληθεύεται και πειραματικά. Με την αριθμητική επίλυση της εξίσωσης ροής για την ανάλυση της κίνησης του νερού κάτω από πηγή στάγδην άρδευσης βελτιώθηκε η πρόγνωση του μεγέθους της κορεσμένης ζώνης διήθησης στην επιφάνεια του εδάφους, σε σχέση με τις προηγούμενες μεθόδους.

Οι *Risse and Chesness* (1989) παρουσίασαν μια απλουστευμένη γραφική διαδικασία για τον καθορισμό της ακτίνας διαβροχής ενός σταλακτήρα. Τροποποίησαν την κατά προσέγγιση λύση των *Dasberg and Bresler* (1985) για την αξονοσυμμετρική, δισδιάστατη, εξίσωση ροής του νερού με ακτινική συμμετρία για την πρόβλεψη της ακτίνας διαβροχής από σημειακή πηγή, έτσι ώστε να απαιτούνται ως δεδομένα εισόδου μόνο η υφή (texture) του εδάφους, η παροχή του σταλακτήρα και το φορτίο πίεσης στην ημι-απόσταση. Πειράματα σε έναν οπωρώνα ροδακινιών, με πηλοαμμώδες έδαφος, με χρήση δύο διαφορετικών παροχών έδειξαν ότι οι εκτιμημένες τιμές της ακτίνας διαβροχής είχαν απόκλιση της τάξης του 11% έως 19% από τις μετρημένες τιμές.

Ο *Cooper* (1990) διαμόρφωσε ένα μοντέλο προσομοίωσης της κίνησης της εδαφικής υγρασίας μετά από εφαρμογή στάγδην άρδευσης σε καλλιέργεια ζαχαροκάλαμου. Μετρήσεις πεδίου του φορτίου πίεσης, χρησιμοποιήθηκαν για την αξιολόγηση της επίδοσης του αριθμητικού μοντέλου των πεπερασμένων διαφορών, για την προσομοίωση της κίνησης του νερού. Οι μετρήσεις αυτές λήφθηκαν από πυκνό πλέγμα τασίμετρων σε τρία πανομοιότυπα πειραματικά τεμάχια και χρησιμοποιήθηκαν για τον υπολογισμό των παραμέτρων των υδροδυναμικών χαρακτηριστικών του εδάφους.

Οι *Simunek et al.* (1996, 1999) δημιούργησαν το μοντέλο HYDRUS 2D. Το HYDRUS 2D αποτελεί ένα μοντέλο προσομοίωσης της ροής του νερού και των διαλυτών ουσιών σε δισδιάστατα προβλήματα ακόρεστης και κορεσμένης ροής. Το πρόγραμμα αυτό λύνει αριθμητικά την εξίσωση του Richards χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων (Galerkin type linear finite element scheme). Το παραπάνω μοντέλο χρησιμοποιήθηκε σε αρκετά προβλήματα στάγδην άρδευσης (ενδεικτικά: *Assouline* (2002), *Mmolawa and Or* (2003), *Cote et al.* (2003), *Skaggs et al.* (2004), *Cook et al.* (2006), *Zhou et al.* (2007), *Lazarovitch et al.* (2007)).

Οι *Revol et al.* (1997a,b) επεξέτειναν τη θεωρία περί σταθερής κατάστασης του *Raats* (1971) για την περιγραφή του μετώπου διαβροχής στην περίπτωση στάγδην άρδευσης. Τα αποτελέσματα τους συγκρίθηκαν με δεδομένα από πείραμα στον αγρό με πολύ καλή συμφωνία.

Ο *Antonopoulos* (1998b) δημιούργησε το μοντέλο *WANISIM* για την προσομοίωση της δυναμικής του νερού και του αζώτου στο σύστημα έδαφος - φυτό - ατμόσφαιρα. Βασίζεται στην αριθμητική επίλυση των εξισώσεων που περιγράφουν τη ροή του νερού και τη μεταφορά και μετασχηματισμούς των ανόργανων μορφών του αζώτου σε μεταβαλλόμενου βαθμού κορεσμού έδαφος, με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Οι *Mmolawa and Or* (2000a) παρουσίασαν ένα ημι-αναλυτικό μοντέλο που επιλύει την ημιγραμμική εξίσωση του Richards για σημειακή πηγή στάγδην άρδευσης λαμβάνοντας υπόψη και την κίνηση των διαλυμένων ουσιών.

Οι *Schmitz et al.* (2002) χρησιμοποίησαν τα νευρωνικά δίκτυα για την πρόβλεψη του μετώπου διαβροχής στη στάγδην άρδευση. Χρησιμοποίησαν το μοντέλο των *Meshkat et al.* (1999) για να υπολογίσουν ένα μεγάλο αριθμό προφίλ για διάφορες αρχικές συνθήκες (νερό εφαρμογής και αρχική τιμή της υγρασίας). Ύστερα χρησιμοποίησαν νευρωνικά δίκτυα ώστε να περιγράψουν όλες τις ενδιαμέσες τιμές.

Οι *Cook et al.* (2003) δημιούργησαν το λογισμικό *WetUp*. Το λογισμικό αυτό χρησιμοποιώντας την αναλυτική λύση του *Philip* (1984a) προσεγγίζει την οριζόντια και κατακόρυφη συνιστώσα του μετώπου διαβροχής από μεμονωμένο σταλακτήρα σε ομοιογενές έδαφος. Στη συνέχεια χρησιμοποιείται μια συνάρτηση έλλειψης για τον υπολογισμό του μετώπου διαβροχής.

Οι *Annandale et al.* (2003) παρουσίασαν το μοντέλο SWB-2D με σκοπό τον προγραμματισμό των αρδεύσεων. Το μοντέλο επιλύει τη διδιάστατη μικτής μορφής εξίσωση ασταθούς κίνησης του νερού στο έδαφος χρησιμοποιώντας τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών.

Οι *Russo et al.* (2005) δημοσίευσαν την αριθμητική ανάλυση για την κίνηση του νερού και των διαλυτών ουσιών σε εδάφη με κλίση υπό καθεστώς στάγδην άρδευσης. Η ανάλυση τους περιελάμβανε την υφή του εδάφους, την κλίση του εδάφους, τη χωρική

μεταβολή των υδραυλικών χαρακτηριστικών του εδάφους και την πρόσληψη του εδαφικού νερού από τις ρίζες των φυτών. Τα αποτελέσματα της έρευνας έδειξαν ότι η επίδραση της μηχανικής σύστασης του εδάφους στην κίνηση του νερού είναι μεγαλύτερη από την επίδραση της κλίσης του πιεζομετρικού φορτίου του.

Οι *Elmaloglou and Malamos* (2005, 2006) παρουσίασαν μια μεθοδολογία για την εκτίμηση της προώθησης του μετώπου διαβροχής με το χρόνο, στην περίπτωση διήθησης από επιφανειακή σημειακή ή γραμμική πηγή στάγδην άρδευσης σε ομοιογενές έδαφος λαμβάνοντας υπόψη την εξάτμιση του νερού από την επιφάνεια του εδάφους και την πρόσληψη του νερού από τις ρίζες των φυτών.

Οι *Gärdenas et al.* (2006) χρησιμοποίησαν το HYDRUS\_2D με σκοπό να εξετάσουν τη δυνατότητα του μοντέλου να περιγράψει την επιλεκτική ροή του νερού χρησιμοποιώντας την προσέγγιση του διπλού πορώδους, της διπλής διαπερατότητας και του μοντέλου στάσιμου και κινούμενου νερού. Κατέληξαν στο συμπέρασμα ότι η χρησιμοποίηση πολυδιάστατων μοντέλων σε περιπτώσεις που αφορούν είτε περιοχές με μεγάλη έκταση είτε μεγάλες χρονικές περιόδους θα πρέπει να αποφεύγεται καθώς είναι αρκετά δαπανηρή σε υπολογιστικό χρόνο. Αντί αυτών πρότειναν τη χρησιμοποίηση απλούστερων μοντέλων με την προϋπόθεση ότι αυτά μπορούν να περιγράψουν ικανοποιητικά το φαινόμενο.

Οι *Lazarovitch et al.* (2007) περιέγραψαν το μέτωπο διαβροχής από επιφανειακούς και υπόγειους σταλακτήρες χρησιμοποιώντας τη μέθοδο moment analysis (*Yeh et al.* 2005). Κατάφεραν να περιγράψουν την κατανομή της εδαφικής υγρασίας χρησιμοποιώντας τρεις μόνο μεταβλητές.

Οι *Chen et al.* (2007) ασχολήθηκαν με τη διήθηση από πολλαπλές γραμμικές πηγές στάγδην άρδευσης. Επιτεύχθηκε μια επιπλέον λύση χρησιμοποιώντας το μετασχηματισμό Fourier.

#### 1.4. Υπόγεια στάγδην άρδευση.

Η υπόγεια στάγδην άρδευση, είναι μία παραλλαγή της επιφανειακής άρδευσης με σταγόνες, όπου οι αγωγοί εφαρμογής (σταλακτηφόροι σωλήνες) τοποθετούνται σε κάποιο βάθος κάτω από την επιφάνεια του εδάφους και παρέχουν στο φυτό νερό, θρεπτικά στοιχεία και φάρμακα για την καταπολέμηση ασθενειών. Αποτελεί μια μέθοδο άρδευσης των καλλιεργειών η οποία αναπτύχθηκε με βάση όλα τα παραπάνω και στοχεύει στην όσο το δυνατόν μεγαλύτερη αποδοτικότητα εφαρμογής του νερού άρδευσης, με τις μικρότερες δυνατές απώλειες, άρα και στην οικονομία αυτού.

Για να μεγιστοποιηθεί η αποδοτικότητα χρήσης του νερού και να επιτευχθούν οι απαιτήσεις προστασίας του νερού, το σύστημα άρδευσης πρέπει:

- 1) να είναι ικανό να παρέχει νερό συχνά και ομοιόμορφα,
- 2) να είναι ικανό να παρέχει νερό ακριβώς τη στιγμή που απαιτείται και να διατηρεί ένα τμήμα του εδαφικού προφίλ σε σχεδόν σταθερή υγρασιακή κατάσταση κατά τη διάρκεια της βλαστικής περιόδου και
- 3) να είναι ελεύθερο απωλειών και να ελαχιστοποιεί την εξάτμιση.

Προς το παρόν, μόνο το σύστημα της υπόγειας στάγδην άρδευσης καλύπτει ταυτόχρονα όλες τις παραπάνω απαιτήσεις. Πρόκειται για μια παραλλαγή της επιφανειακής στάγδην άρδευσης και είναι γνωστή για την αργή και συχνή εφαρμογή του νερού στο έδαφος, μέσω των σταλακτήρων κατά μήκος υπόγειων σωλήνων. Οι σωλήνες αυτοί αποτελούν το δίκτυο εφαρμογής όπου σε προκαθορισμένες θέσεις τοποθετούνται ή ενσωματώνονται οι σταλακτήρες μέσω των οποίων το νερό φτάνει στο έδαφος με τη μορφή σταγόνων.

Η υπόγεια στάγδην άρδευση παρουσιάζει τα εξής πλεονεκτήματα σε σχέση με άλλες πιο συμβατικές μεθόδους άρδευσης: α) υψηλότερη αποδοτικότητα εφαρμογής λόγω των μειωμένων απωλειών εξάτμισης, επιφανειακής απορροής και βαθιάς διήθησης, β) μεγαλύτερη ομοιομορφία εφαρμογής, γ) αύξηση της ποσότητας και της ποιότητας της παραγωγής αφού βελτιώνει τον έλεγχο των ασθενειών των φυτών διατηρώντας το υπέργειο τμήμα τους ελεύθερο από υγρασία, δ) καλύτερη διαχείριση των λιπασμάτων και των φυτοφαρμάκων αφού δίνει την δυνατότητα μικρότερων και συχνότερων δόσεων με αποτέλεσμα την καλύτερη απορρόφησή τους από το φυτό και



ελαχιστοποίησης των κινδύνων υγείας από την έκπλυσή τους σε επιφανειακούς ή υπόγειους υδροφορείς, ε) επιτρέπει τη χρησιμοποίηση νερού χαμηλής ποιότητας (επεξεργασμένα λύματα) αφού τόσο ο άνθρωπος όσο και τα ζώα δεν έρχονται σε επαφή με αυτό, στ) καλύτερο έλεγχο των ζιζανίων αφού μειώνει στο ελάχιστο την υγρή επιφάνεια, ζ) επιτρέπει την εκτέλεση εργασιών στον αγρό κατά τη διάρκεια της άρδευσης, η) δεν επηρεάζεται από καιρικούς παράγοντες (άνεμους, χαμηλές θερμοκρασίες κ.λ.π), θ) δυνατότητα αυτοματοποίησης, ι) μειωμένο κόστος λειτουργίας, ια) δεν εκτίθεται στον ήλιο και στα ακραία καιρικά φαινόμενα, άρα τα πλαστικά υλικά από τα οποία αποτελείται έχουν μεγαλύτερη διάρκεια ζωής.

Παρά τα σημαντικά πλεονεκτήματα που παρέχει η υπόγεια στάγδην άρδευση δεν στερείται μειονεκτημάτων τα σημαντικότερα των οποίων είναι τα εξής: α) μειωμένη προς τα πάνω κίνηση του νερού, β) μειωμένη δυνατότητα κατεργασίας του εδάφους, γ) μειωμένη ανάπτυξη του ριζικού συστήματος, δ) αυξημένη συγκέντρωση αλάτων στη ζώνη του ριζοστρώματος, ε) δυσκολία προσδιορισμού και καταγραφής της κατανομής της υγρασίας στο έδαφος λόγω της πολυπλοκότητας του φαινομένου, στ) προβλήματα στην επιλογή της βέλτιστης απόστασης των σταλακτηφόρων σωλήνων λόγω της έλλειψης επαρκούς τεχνογνωσίας σε σχέση με τις παραδοσιακές μεθόδους άρδευσης, ζ) υψηλότερο κόστος εγκατάστασης, η) επιπλέον κόστος για την εγκατάσταση βοηθητικών συστημάτων όπως φίλτρων για την συγκράτηση φερτών υλικών μπορούν να προκαλέσουν φράξιμο των σταλακτιών και συστήματος εισαγωγής αέρα το οποίο θα μειώνει την αρνητική πίεση που δημιουργείται στους αγωγούς κατά το άδειασμά τους, ώστε να αποφεύγεται η είσοδος εδάφους, θ) είσοδος ριζών στους σταλακτιές και παρεμπόδιση στην παροχή νερού με αποτέλεσμα μειωμένη απόδοση του συστήματος, ι) επειδή το σύστημα είναι υπόγειο ο εντοπισμός των ζημιών είναι πολύ δύσκολος και η επισκευή τυχόν βλαβών αρκετά δαπανηρή, ια) αλλοίωση της δομής του εδάφους γύρω από τους σταλακτιές λόγω της μακροχρόνιας χρήσης, ιβ) δυσκολία εναλλαγής καλλιεργειών

Το σύστημα έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως σε πολλά μέρη του κόσμου, σε καλλιέργειες υψηλής αξίας, για να παρέχει την υγρασία άμεσα στις ρίζες των καλλιεργειών και απολαμβάνει ιδιαίτερου ενδιαφέροντος κατά τη διάρκεια των τελευταίων 20 ετών πρώτιστα λόγω της αυξανόμενης πίεσης να συντηρηθούν οι υδάτινοι πόροι.

Ως υπόγεια στάγδην άρδευση ορίζεται η εφαρμογή του νερού κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Η παροχή των σταλακτήρων κατά μήκος των υπόγειων σωλήνων συνήθως είναι μικρότερη από 7.5 l/h (*ASAE S526.2,2001*). Η υπόγεια στάγδην άρδευση αν και προέκυψε από την υπάρδευση διαφέρει και δεν θα πρέπει να συγχέεται με αυτήν, καθώς η δεύτερη αφορά την περίπτωση στην οποία τα φυτά προμηθεύονται την απαραίτητη υγρασία καθώς η υπόγεια στάθμη ανυψώνεται στη ζώνη του ριζοστρώματος. Αν και η επιφανειακή στάγδην άρδευση χρησιμοποιείται πιο εντατικά από την υπόγεια η μικροάρδευση φαίνεται να ξεκίνησε με εφαρμογή του νερού κάτω από την επιφάνεια του εδάφους. Τα πρώτα πειράματα ξεκίνησαν το 1860 στη Γερμανία όπου διάτρητοι πηλοσωλήνες χρησιμοποιούνταν τόσο για άρδευση όσο και για στράγγιση (*Howell et al., 1983, Keller and Bliesner, 2000*). Η πρώτη έρευνα στις Η.Π.Α πάνω στην υπόγεια στάγδην άρδευση διεξήχθη στο πανεπιστήμιο του Colorado το 1913 από τον *House* (1918) ο οποίος κατέληξε στο συμπέρασμα ότι η μέθοδος ήταν οικονομικώς ασύμφορη. Η διαθεσιμότητα των πλαστικών μετά τον Β΄ Παγκόσμιο πόλεμο επέτρεψε την ανάπτυξη της στάγδην άρδευσης, αρχικά στη Μεγάλη Βρετανία και πιθανώς και σε άλλες χώρες, και αργότερα στο Ισραήλ και στις Η.Π.Α.. Η ανάπτυξη της υπόγειας στάγδην άρδευσης ήταν τμήμα της ανάπτυξης της στάγδην άρδευσης στις Η.Π.Α., ξεκινώντας περίπου το 1959, από τον υδραυλικό μηχανικό *Sterling Davis* (*Davis, 1974, Hall, 1985*). Την ίδια περίπου περίοδο ένας ισραηλινός μηχανικός, ο *Symch Blass* (1964), ανέφερε την προσωπική του εμπειρία σχετικά με την υπόγεια στάγδην άρδευση καθώς το 1930 παρατήρησε ότι δίπλα σε μια κάνουλα που είχε διαρροή, η ανάπτυξη των φυτών ήταν μεγαλύτερη. Έτσι στην αρχή κατασκεύασε ένα υπόγειο σύστημα αγωγών στο οποίο ενσωμάτωσε διόδους νερού τύπου σπινάλ, αρκετού μήκους. Η τεχνική αυτή αργότερα βελτιώθηκε από τον ίδιο και από άλλους κατασκευαστές, ιδίως μετά την εμφάνιση των πλαστικών σωλήνων. Η λειτουργία των πρώτων συστημάτων υπόγειας άρδευσης παρουσίαζε χαμηλή απόδοση εξαιτίας κυρίως του φραξίματος των σταλακτήρων από την είσοδο ριζών και άλλων εδαφικών τεμαχιδίων καθώς και από την επικάθιση προϊόντων χημικής και βιολογικής προέλευσης.

Με την πάροδο του χρόνου και ειδικότερα μετά το 1980 το ενδιαφέρον για την υπόγεια στάγδην άρδευση αυξήθηκε λόγω της μείωσης του κόστους των υλικών, των πλεονεκτημάτων που προσφέρει σε σχέση με τις συμβατικές μεθόδους άρδευσης και κυρίως στο θέμα της διαχείρισης των θρεπτικών και τέλος εξαιτίας της γνώσης που

πρόσφεραν οι δημοσιευμένες μελέτες (*Sammis, 1980, Bucks et al., 1981, Mitchell, 1981, Rose et al., 1982, Chase, 1985, Plaut et al., 1985*). Το ενδιαφέρον για την υπόγεια στάγδην άρδευση αυξήθηκε πάρα πολύ μετά το 1985, την περίοδο κατά την οποία δημοσιεύθηκαν οι περισσότερες ερευνητικές μελέτες. Πιο πρόσφατα, ο *Cavanaugh, (1992)*, ο *Zoldoske, (1993)*, *Duncan, (1993)* και ο *Burt (1995)* πραγματεύτηκαν τα πλεονεκτήματα και τους πιθανούς περιορισμούς του συστήματος.

### **1.5. Το φαινόμενο της υστέρησης στη χαρακτηριστική καμπύλη της εδαφικής υγρασίας (X.K.Y).**

Ο *Haines* το 1930, ύστερα από πειράματα σε μέσα με σταθερό πορώδες, έδειξε για πρώτη φορά ότι η σχέση μεταξύ ποσοστού υγρασίας και μύζησης (αρνητική πίεση) δεν είναι μονοσήμαντη αλλά ότι παριστάνεται από δυο διάφορες καμπύλες, που η πρώτη περιγράφει τη σχέση κατά την αποστράγγιση και η δεύτερη κατά τη διαβροχή του μέσου. Το φαινόμενο αυτό αποδόθηκε καταρχάς στην αρχιτεκτονική του πορώδους που αποτελείται από σχετικά μεγάλες κοιλότητες (διευρύνσεις) που συγκοινωνούν μεταξύ τους μέσω λεπτών αγωγών (στενώσεων). Έτσι κατά την αποστράγγιση, προκειμένου να απομακρυνθεί το περιεχόμενο νερό από τους πόρους μεγαλύτερης διαμέτρου θα πρέπει η τιμή της αρνητικής πίεσης να γίνει μεγαλύτερη από τις τριχοειδής δυνάμεις που συγκρατούν το νερό στους μικρότερους πόρους και οι οποίοι συγκοινωνούν με αυτούς τους πόρους. Για μια συγκεκριμένη ακτίνα πόρων η πίεση αυτή μπορεί να υπολογιστεί από τη σχέση:

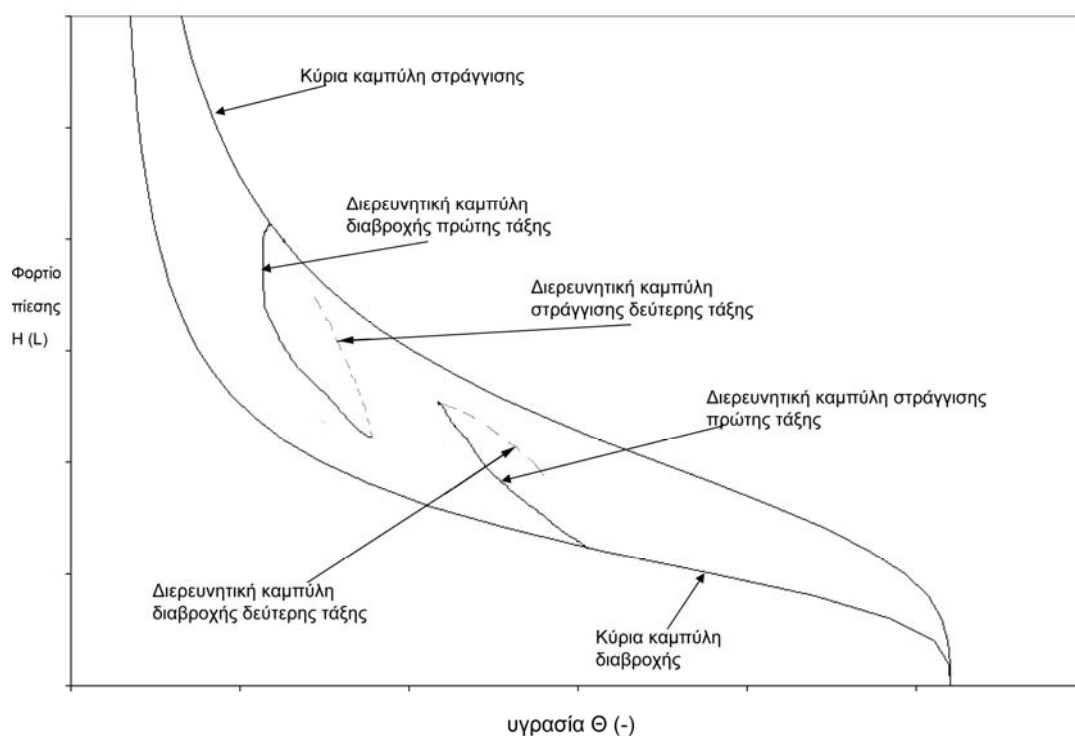
$$H = -2\sigma \cos a_c / r_i \quad (1.1)$$

όπου:  $\sigma$  η επιφανειακή τάση του νερού ( $\text{MT}^{-2}$ ),  $a_c$  γωνία επαφής της διεπιφάνειας υγρού-στερεού και  $r_i$  η ακτίνα του πόρου.

Από την άλλη, κατά τη διαβροχή για το ίδιο ύψος πίεσης οι πόροι μεγαλύτερης διαμέτρου παραμένουν άδαιοι καθώς το νερό εισέρχεται στους μικρότερους πόρους. Επομένως για ένα συγκεκριμένο ύψος πίεσης κατά τη διαδικασία απομάκρυνσης του νερού ένα ποσοστό μεγάλων πόρων θα είναι γεμάτο με νερό ενώ κατά τη διαδικασία προσθήκης νερού οι πόροι αυτοί θα είναι άδαιοι.

Ένας δεύτερος λόγος για το φαινόμενο της υστέρησης είναι ότι η γωνία επαφής  $\theta$  της σχέσης είναι μεγαλύτερη κατά τη φάση της διαβροχής σε σχέση με τη φάση της αποστράγγισης. Ως αποτέλεσμα για το ίδιο περιεχόμενο εδαφικό νερό το ύψος πίεσης θα είναι μικρότερο.

Ένας τρίτος παράγοντας είναι ο αέρας που εγκλωβίζεται καθώς το έδαφος φτάνει στον κορεσμό είτε με διήθηση είτε με ανύψωση της υπόγειας στάθμης με αποτέλεσμα να δημιουργείται πορώδες μέσο όπου νερό και αέρας συνυπάρχουν. Στη περίπτωση αυτή υπάρχει ένα χαρακτηριστικό σημείο (σημείο έναρξης εισόδου αέρα) στην οριακή καμπύλη διύγρυνσης πάνω από το οποίο η εδαφική υγρασία δεν αυξάνει με περαιτέρω αύξηση του ύψους πίεσης. Η εδαφική υγρασία στο σημείο αυτό αποτελεί περίπου το 85%-90% του κορεσμού. Η διεργασία αποστράγγισης διαβροχής δεν είναι αντιστρεπτή και τότε λέμε ότι ο πόρος παρουσιάζει υστέρηση. Το φαινόμενο της υστέρησης μπορεί να επηρεάσει σημαντικά τη κίνηση του νερού στα ακόρεστα εδάφη (*Vachaud and Thony, 1971, Gillham et al., 1979, Russo et al., 1989*).



**Σχήμα 1-1.** Ιδεατή χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας

Με τον όρο υστέρηση ουσιαστικά εννοούμε τη μη μοναδικότητα της σχέσης μεταξύ του φορτίου πίεσης  $H$  και της εδαφικής υγρασίας  $\theta$  στη χαρακτηριστική καμπύλη

υγρασίας. Η σχέση αυτή εμφανίζει σημαντικές μεταβολές στην τιμή της υγρασίας  $\theta$  για σταθερή τιμή του φορτίου πίεσης  $H$ , οι οποίες εξαρτώνται από το αν το έδαφος διαβρέχεται ή στραγγίζει. Κατά τη διάρκεια της διήθησης του νερού η εδαφική υγρασία καθώς επίσης και το φορτίο πίεσης αυξάνουν μονότονα και έτσι η χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας μπορεί να περιγραφεί από μια μονοσήμαντη σχέση. Όμοια, κατά τη διάρκεια που λαμβάνει χώρα η εξάτμιση του εδαφικού νερού ή η πρόσληψη του εδαφικού νερού από τις ρίζες ή το έδαφος στραγγίζει, τότε η υγρασία του εδάφους  $\theta$  και το φορτίο πίεσης  $H$  μειώνονται. Και στην περίπτωση αυτή η χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας μπορεί να περιγραφεί από μονοσήμαντη σχέση. Όταν μια διεργασία διαβροχής εναλλάσσεται με διεργασία στράγγισης η χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας παύει να είναι μοναδική, και τότε πρέπει να ενσωματώσουμε το φαινόμενο της υστέρησης (Russo et al., 1989). Όταν η διαβροχή του εδάφους ξεκινά από την υπολειπόμενη περιεκτικότητα σε νερό ( $\theta_r$ ) ή στραγγίζει από την τιμή της υγρασίας στο κορεσμό ( $\theta_s$ ) τότε ακολουθείται η κύρια καμπύλη διαβροχής ή στράγγισης. Όταν μια διεργασία διαβροχής ή στράγγισης αλλάζει φορά ενώ βρίσκεται σε μια κύρια καμπύλη υστέρησης, τότε η καμπύλη υγρασίας ακολουθεί μια διερευνητική καμπύλη υστέρησης πρώτης τάξης. Δευτερεύουσες και μεγαλύτερης σειράς διερευνητικές καμπύλες διαβροχής ή στράγγισης προκύπτουν από επιπλέον αλλαγές (διαβροχή-στράγγιση).

Υπάρχουν αρκετά μοντέλα τα οποία μπορούν να προβλέψουν το φαινόμενο της υστέρησης στη χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας. Τα μοντέλα αυτά χωρίζονται σε δύο κατηγορίες: μοντέλα που βασίζονται στη φυσική του φαινομένου (domain models) και εμπειρικά μοντέλα.

Αρκετοί ερευνητές έχουν χρησιμοποιήσει τα φυσικά μοντέλα για να περιγράψουν το φαινόμενο της υστέρησης περιλαμβάνοντας το διάγραμμα του Preisach (1935), το διάγραμμα του Neel (1942, 1943) και το διάγραμμα του Enderby (1955). Το διάγραμμα του Neel (1942, 1943) έχει χρησιμοποιηθεί εκτενώς από τους Everett (1954, 1955), Poulouvasilis (1962), Philip (1964), Topp (1971a, 1971b), Mualem (1973) και Parlange (1976, 1980) για την αναπαράσταση της υστέρησης στη χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας.

Εκτός από τα φυσικά μοντέλα που περιγράφουν το φαινόμενο της υστέρησης, υπάρχουν και μερικά εμπειρικά μοντέλα για την υστέρηση στη χαρακτηριστική καμπύλη υγρασίας (Hanks et al., 1969; Dane and Wierenga, 1975; Scott et al., 1983;

Jaynes, 1984; Nimmo, 1992; Kawai et al., 2000; Feng and Fredlund, 1999; Karube and Kawai, 2001). Τα μοντέλα αυτά βασίζονται απλά στην προσαρμογή του σχήματος των υστερητικών καμπύλων εδαφικής υγρασίας σε μια επιλεγμένη εξίσωση χρησιμοποιώντας εμπειρικές παραμέτρους. Τα εμπειρικά μοντέλα υστέρησης μπορούν να χωρισθούν σε δυο υποσύνολα: (1) μοντέλα τα οποία χρησιμοποιούν την ίδια προσαρμοσμένη εξίσωση καμπύλης για να περιγράψουν τις καμπύλες στράγγισης και διαβροχής. Στα μοντέλα αυτά χρησιμοποιούνται απλά διαφορετικές παράμετροι. (2) μοντέλα τα οποία βασίζονται σε σχέσεις μεταξύ των δύο οριακών καμπύλων οι οποίες βασίζονται σε συγκεκριμένα σημεία ή σε κλίσεις παρμένες σε συγκεκριμένα σημεία. Μια σύνοψη 28 μοντέλων υστέρησης παρουσιάζεται στον Πίνακα 1-1.

**Πίνακας 1-1.** Σύνοψη 28 μοντέλων υστέρησης (Pham et al. 2005).

Έτος	Ερευνητής
1954-1955	Everett
1955-1956	Enderby
1962	Poulovassilis
1964	Philip
1969	Hanks et al.
1971	Poulovassilis and Childs
1971a	Topp
1973	Mualem (μοντέλο I)
1974	Mualem (μοντέλο II)
1975	Dane and Wierenga
1975	Mualem and Dagan (μοντέλο III)
1976	Parlange
1977	Mualem (universal model)
1978	Poulovassilis and El-Gharmy
1979	Mualem and Miller
1983	Scott et al.
1984a	Mualem
1984b	Mualem
1984	Jaynes
1988	Hogarth et al.
1992	Nimmo
1995	Liu et al.
1999	Feng and Fredlund
2000	Kawai et al.
2001	Karube and Kawai
2003	Wheeler et al.
2003	Hayashida et al.
2003	Pham et al.

Τέλος από τα μέλη του εργαστηρίου Γεωργικής Υδραυλικής του Γεωπονικού Πανεπιστημίου Αθηνών, *Αλέξανδρο Πουλοβασιλή και Γεώργιο Κάργα* προτάθηκε μια καινούργια μέθοδος υπολογισμού των υστερητικών καμπύλων από τα δεδομένα των δύο οριακών κλάδων του βρόχου υστέρησης (*Poulovassilis and Kargas, 2000*). Επίσης οι *Kerkides et al. (2006)* μελέτησαν την επίδραση της υστέρησης στη δυναμική του εδαφικού νερού στην περίπτωση μονοδιάστατης κατακόρυφης διήθησης.

Η χρησιμότητα της χαρακτηριστικής καμπύλης βρίσκεται στην εκτίμηση της κατανομής του μεγέθους των πόρων, στην εκτίμηση της ποσότητας του νερού που συγκρατείται από το έδαφος σε ορισμένο δυναμικό, στην εκτίμηση της ποσότητας του νερού που απομακρύνεται από το έδαφος κατά τη μεταβολή της πίεσης ανάμεσα σε δύο τιμές. Είναι εξίσου σημαντική σε προβλήματα αριθμητικής προσομοίωσης της ροής στην ακόρεστη ζώνη του εδάφους, ενώ δίνει τη δυνατότητα της σύγκρισης των υδραυλικών ιδιοτήτων διάφορων πορωδών μέσων. (*Αντωνόπουλος, 1999*).

Η βιβλιογραφία περιέχει πολλές σχέσεις που συνδέουν την πίεση του εδαφικού νερού  $H$  με την κατ' όγκο περιεχόμενη υγρασία στο έδαφος  $\theta$ , αλλά από αυτές βιβλιογραφικά φαίνεται να ξεχωρίζουν δύο:

$$\theta = \theta_r + \frac{\theta_s - \theta_r}{\left[1 + (a|H|)^n\right]^m} \quad \text{van Genuchten} \quad (1.2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta = \theta_r + (\theta_s - \theta_r) \left[ \frac{H_d}{H} \right]^\lambda, \quad H \geq H_d \\ \theta = \theta_s, \quad 0 \leq H \leq H_d \end{array} \right. \quad \text{Brooks and Corey} \quad (1.3)$$

όπου:  $\theta$  η εδαφική υγρασία,  $\theta_s$  η εδαφική υγρασία κορεσμού,  $\theta_r$  η υπολειμματική υγρασία,  $H$  το ύψος πίεσης,  $H_d$  το ύψος πίεσης για το οποίο  $d\theta/dH = 0$  και  $\lambda$ ,  $a$  ( $a > 0$ ),  $n$  ( $n > 1$ ),  $m$  ( $0 \leq m \leq 1$ ),  $m = 1 - 1/n$  είναι παράμετροι προσαρμογής.

### 1.6. Προσομοίωση της πρόσληψης του εδαφικού νερού από τις ρίζες των φυτών με μακροσκοπική προσέγγιση.

Η μακροσκοπική προσέγγιση είναι το να θεωρηθεί το ριζικό σύστημα στην ολότητά του ως «πηγάδι» διάχυσης (diffuse sink), το οποίο διαπερνά κάθε στρώση του εδάφους ομοιόμορφα, όμως όχι απαραίτητα με σταθερή τάση σε όλο το ριζόστρωμα. Αυτή η προσέγγιση που καλείται μακροσκοπική ή μοντέλο του όρου «πηγάδι» (sink term), περιγράφεται από την ακόλουθη εξίσωση ροής:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot [K \nabla h] - S(\theta) \quad (1.4)$$

ή χρησιμοποιώντας το συντελεστή διάχυσης του εδαφικού νερού:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot [K(\theta) \nabla h(\theta)] - S(\theta) = \nabla \cdot [D(\theta) \nabla \theta] + \frac{\partial K(\theta)}{\partial Z} - S(\theta) \quad (1.5)$$

όπου:  $\theta$  είναι η εδαφική υγρασία,  $t$  είναι ο χρόνος,  $K$  είναι η υδραυλική αγωγιμότητα,  $D(\theta) = \frac{K(\theta)}{(d\theta/dh)}$  ο συντελεστής διάχυσης του εδαφικού νερού και  $S(\theta)$  είναι η συνάρτηση «πηγάδι» που αντιπροσωπεύει την πρόσληψη νερού από τις ρίζες των φυτών ανά μονάδα εδαφικού όγκου.

Μοντέλα πρόσληψης νερού με βάση τη μακροσκοπική προσέγγιση έχουν αναπτυχθεί και εφαρμοστεί από αρκετούς ερευνητές για την ανάλυση της απομάκρυνσης νερού από τις ρίζες των φυτών και για την προσομοίωση της δυναμικής της εδαφικής υγρασίας, στις διαφορετικές στρώσεις της εδαφικής κατατομής. Αυτά τα μοντέλα βασίζονται στην ενσωμάτωση των ιδιοτήτων του συστήματος εδάφους - ρίζας, ποικίλλουν στο στόχο, τη δομή και το επίπεδο λεπτομέρειας. Η βασική και σημαντικότερη διαφορά μεταξύ των μοντέλων που αναπτύσσονται για την προσομοίωση της κίνησης του νερού σε έδαφος που περιέχει ρίζες, είναι ο τρόπος με τον οποίο αυτά αντιμετωπίζουν τη συνάρτηση πρόσληψης του νερού “ $S$ ” (sink term).

Ο Gardner (1964) και οι Whisler et al. (1970) αντιμετώπισαν τον όρο «πηγάδι» με την εισαγωγή μιας συνάρτησης ριζικής πυκνότητας που αντιπροσωπεύει την επιφάνεια



της ρίζας ανά μονάδα όγκου του εδάφους μέχρι την απόσταση όπου το νερό σταματά να κινείται προς τη ρίζα.

Οι *Molz and Remson* (1970) διετύπωσαν την άποψη ότι δεν είναι πρακτική η ανάπτυξη μοντέλων για την κίνηση του νερού στο έδαφος θεωρώντας πρόσληψη του εδαφικού νερού, εάν ασχολείται κανείς με τη ροή σε κάθε μεμονωμένη ρίζα του ριζικού συστήματος. Η λεπτομερής περιγραφή της γεωμετρίας του ριζικού συστήματος είναι πρακτικά αδύνατο να μετρηθεί και επιπλέον μεταβάλλεται με το χρόνο. Επιπλέον, η περατότητα των ριζών μεταβάλλεται ανάλογα με τη θέση των ριζών (*Kramer*, 1969). Συμπερασματικά, οι περισσότερες εξισώσεις πρόσληψης νερού από τις ρίζες αναπτύχθηκαν χρησιμοποιώντας μακροσκοπική παρά μικροσκοπική προσέγγιση. Οι *Molz and Remson* (1970, 1971) ανέπτυξαν μαθηματικά μοντέλα για να περιγράψουν την κίνηση του νερού στο ριζικό σύστημα του φυτού. Πρότειναν το συνδυασμό της εξίσωσης του Richards με έναν πρόσθετο όρο 'S' ο οποίος θα αντιπροσωπεύει την πρόσληψη του εδαφικού νερού από τις ρίζες (sink term). Ο όρος αυτός μπορεί να εξαρτάται από το χώρο, το χρόνο, το δυναμικό του νερού, την υγρασία του εδάφους ή συνδυασμό των παραπάνω μεταβλητών.

Οι *Nimah and Hanks* (1973a, 1973b) ανέπτυξαν ένα μοντέλο πρόβλεψης της ροής του εδαφικού νερού υπό συνθήκες καλλιεργημένου εδάφους. Το μοντέλο τους βασίστηκε σε μια τροποποίηση του αντίστοιχου μοντέλου των *Hanks et al.* (1969). Ο πρόσθετος όρος στην εξίσωση του Richards προέκυψε από τη διαφορά μεταξύ του υδραυλικού φορτίου των ριζών και του εδάφους, πολλαπλασιαζόμενη με την υδραυλική αγωγιμότητα και με μια συνάρτηση κατανομής των ριζών. Υπέθεσαν ότι η κύρια αντίσταση στη ροή του νερού στο σύστημα εδάφους - ρίζας, προβάλλεται από το έδαφος που περιβάλλει τη ρίζα και όχι από τον ιστό της ρίζας. Συμπεριέλαβαν στον όρο 'S' μια συνάρτηση κατανομής των ριζών λαμβάνοντας το κλάσμα του βάρους των ριζών που περιέχονται στο αντίστοιχο βάθος, σε σχέση με το συνολικό βάρος των ριζών. Το μοντέλο επίσης υποθέτει ότι κατά τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο δεν λαμβάνει χώρα καμία σημαντική αλλαγή της ριζικής πυκνότητας, πράγμα το οποίο δεν αποτελεί ρεαλιστική υπόθεση.

Οι *Feddes et al.* (1974) χρησιμοποίησαν μια τροποποιημένη έκδοση της αριθμητικής προσέγγισης των *Nimah and Hanks* (1973a, 1973b). Παρατήρησαν ότι ο όρος 'S' θα μπορούσε να συσχετιστεί με τη μάζα των ριζών, η οποία μεταβαλλόταν

εκθετικά με το βάθος, αλλά και το ότι απαιτούνταν εκτενής και δύσκολη εργασία πεδίου για την εκτίμησή του.

Οι *Feddes et al.* (1976) θεώρησαν ότι ο όρος 'S' είναι συνάρτηση της εδαφικής υγρασίας και ότι η πραγματική διαπνοή μεταβαλλόταν ανάλογα με τη διαθεσιμότητα της εδαφικής υγρασίας στις διαφορετικές εδαφικές στρώσεις.

Οι *Hillel et al.* (1976) ανέπτυξαν ένα μοντέλο πρόσληψης εδαφικού νερού από ένα ανομοιόμορφα κατανεμημένο ριζικό σύστημα και το εφάρμοσαν στην προσομοίωση κατατομών μείωσης της υγρασίας και του υδραυλικού φορτίου για διάφορους συνδυασμούς των αντιστάσεων των ριζών, όπως υδραυλικών αντιστάσεων, πυκνότητας και διάταξης του ριζικού συστήματος, βάθους κατατομής, αρχικής υγρασίας και κλιματικά επιβαλλόμενης ταχύτητας εξάτμισης με τις ημερήσιες μεταβολές της. Η διαμόρφωση των κατατομών μείωσης της εδαφικής υγρασίας και η υγρασιακή κατάσταση των φυτών, φάνηκαν να είναι συνδυασμός της επίδρασης εδαφικών, φυτικών και κλιματολογικών παραγόντων. Η κύρια αδυναμία του μοντέλου είναι η παράλειψη της ενσωμάτωσης της αύξησης των ριζών, ως διαδικασία επίδρασης της πρόσληψης του εδαφικού νερού και της κίνησης της εδαφικής υγρασίας. Αντί αυτού το μοντέλο υποθέτει ότι το ριζικό σύστημα είναι σταθερό.

Οι *Hillel and Talpaz* (1976) συμπεριέλαβαν την αύξηση των ριζών σε μοντέλο υπολογισμού της πρόσληψης εδαφικού νερού για ανομοιόμορφα κατανεμημένο ριζικό σύστημα προκειμένου να αξιολογηθεί η επίδραση της αύξησης των ριζών στις σχέσεις εδάφους - νερού - φυτών. Παρόλα αυτά, το μοντέλο δεν λαμβάνει υπόψη τη διαδικασία γήρανσης και τη βαθμιαία μείωση της απορροφητικότητας των ριζών.

Οι *Herkelrath et al.* (1977) ενσωμάτωσαν έναν συντελεστή επαφής του εδάφους με τη ρίζα, στον όρο 'S', βασιζόμενοι στο γεγονός ότι η μείωση της εδαφικής υγρασίας προκαλεί μείωση της επιφάνειας επαφής μεταξύ των ριζών και του νερού στους εδαφικούς πόρους, περιορίζοντας με αυτόν τον τρόπο την ενεργή ριζική επιφάνεια, η οποία είναι διαθέσιμη για την πρόσληψη νερού από το φυτό. Αυτός ο όρος 'S', υποθέτει ότι η κλίση του υδραυλικού φορτίου στην περιοχή που περιβάλλει τη ρίζα είναι αμελητέα, σε σύγκριση με την κλίση του υδραυλικού φορτίου κατά μήκος της ρίζας. Όταν το πάνω μέρος των ριζών διατηρείται υγρό, το περισσότερο νερό το οποίο καταναλώνεται από το φυτό θα απομακρυνθεί από το μέρος εκείνο του εδάφους που

βρίσκεται κοντά στην επιφάνεια (*Hansen et al.*, 1980). Αυτό μάλλον οφείλεται στο γεγονός ότι οι περισσότερες ρίζες μεγαλώνουν κοντά στην επιφάνεια.

Οι *Hoogland et al.* (1981) πρότειναν τη μείωση του όρου “*S*” συναρτήσει του βάθους. Αυτό επιτρέπει την δυνατότητα στην αρχή μιας ξηρής περιόδου, οι ρίζες να προσλαμβάνουν νερό από τα πάνω στρώματα του εδάφους, αφήνοντας το εδαφικό νερό σε βαθύτερα στρώματα αχρησιμοποίητο.

Ο *van Genuchten* (1987) εισήγαγε στον όρο “*S*” την επίδραση της οσμωτικής μείωσης (stress) εισάγοντας στον όρο μείωσης του “*S*” το οσμωτικό φορτίο το οποίο συνδέθηκε γραμμικά με τη συγκέντρωση όλων των διαλυτών ουσιών στο εδαφικό νερό.

Οι *Vrugt et al.* (2001) παρουσίασαν ένα δισδιάστατο μοντέλο πρόσληψης του εδαφικού νερού από τις ρίζες των φυτών. Το δισδιάστατο αυτό μοντέλο βασίζεται στο εκθετικό μοντέλο του *Raats* (1974), αλλά επεκτάθηκε εισάγοντας επιπλέον μια ακτινική συνιστώσα. Το μοντέλο αυτό εισήχθη σε ένα υπάρχον αριθμητικό μοντέλο και υπολογίσθηκαν οι παράμετροι που περιγράφουν την πρόσληψη του εδαφικού νερού από τις ρίζες με λύση του αντίστροφου προβλήματος χρησιμοποιώντας γενετικούς αλγόριθμους.

Οι *Gong et al.* (2006) παρουσίασαν ένα πιο απλό δισδιάστατο μοντέλο πρόσληψης του εδαφικού νερού από μεμονωμένο δένδρο μηλιάς. Το μοντέλο αυτό συγκρίθηκε ύστερα με πειραματικές μετρήσεις πρόσληψης του νερού από το φυτό καθώς επίσης και με μετρήσεις ροής του νερού μέσα στους κορμούς των δένδρων μηλιάς.

## ΓΕΝΙΚΗ ΘΕΩΡΗΣΗ ΤΗΣ ΑΚΟΡΕΣΤΗ ΡΟΗΣ

### 2.1. Εισαγωγή.

Εάν θεωρήσουμε μια εδαφική κατατομή μπορούμε να ξεχωρίσουμε τις εξής περιοχές ή ζώνες:

➤ Περιοχή ή ζώνη κορεσμού μέσα στην οποία όλοι οι πόροι του εδάφους είναι γεμάτοι με νερό. Χαρακτηρίζεται από θετικές πιέσεις και το άνω όριό της καλείται στάθμη του υπόγειου νερού. Σε όλα τα σημεία της υπόγειας στάθμης η πίεση είναι ίση με την ατμοσφαιρική. Το κάτω όριό της περιορίζεται συνήθως από μια αδιαπέρατη στρώση.

➤ Περιοχή ή ζώνη ακόρεστη που εκτείνεται από τη στάθμη του υπόγειου νερού μέχρι την επιφάνεια του εδάφους. Χαρακτηρίζεται από αρνητικές πιέσεις και περιλαμβάνει την τριχοειδή ζώνη που βρίσκεται πάνω ακριβώς από την υπόγεια στάθμη του νερού.

Η ροή μέσα στην ακόρεστη ζώνη αποτελεί μια ειδική περίπτωση ταυτόχρονης ροής δύο μη μειγνυόμενων ρευστών (αέρα και νερού) όπου όμως η μία φάση (η αέρια) θεωρείται ότι δεν μετέχει στην κίνηση.

### 2.2. Δυναμικό του εδαφικού νερού.

Το εδαφικό νερό συγκρατείται στο έδαφος από δυνάμεις διαφορετικής προέλευσης η συμμετοχή των οποίων στη συγκράτηση του νερού εξαρτάται τόσο από την ποσότητα του νερού, όσο και από τις ιδιότητες της στερεής φάσης του εδάφους. Το αποτέλεσμα της δράσης αυτών των δυνάμεων μαζί και αυτής του πεδίου βαρύτητας, είναι η ενέργεια η οποία έχει το εδαφικό νερό ή όπως αλλιώς ονομάζεται το δυναμικό του εδαφικού νερού.

Το νερό του εδάφους βρίσκεται σε διαρκή κίνηση. Λόγω του ότι κατά την κίνηση αυτή του νερού η ταχύτητα είναι συνήθως πολύ μικρή υποθέτουμε ότι η κινητική ενέργεια του εδαφικού νερού είναι αμελητέα. Επομένως, η κίνηση του νερού στο έδαφος προκαλείται από τις διαφορές της δυναμικής ενέργειάς του από το ένα σημείο στο άλλο με τάση κίνησης προς τη διεύθυνση ελαττούμενης δυναμικής ενέργειας. Το δυναμικό του εδαφικού νερού ορίζεται ως το έργο το οποίο απαιτείται για την μετακίνηση ενός διακεκριμένου όγκου νερού από μια κατάσταση αναφοράς στη θέση που εξετάζεται αντιστρεπτά και ισόθερμα [Αντωνόπουλος 1999].

Στην ολική ενέργεια του εδαφικού νερού συνεισφέρουν ορισμένες δυνάμεις και δυναμικά πεδία. Συγκεκριμένα, τα δυναμικά πεδία και οι δυνάμεις αυτές οφείλονται στο βάρος του νερού, στην αλληλεπίδραση μεταξύ νερού και στερεής φάσης του εδάφους και στην υψομετρική διαφορά από ένα αυθαίρετο επίπεδο αναφοράς. Κάτω από την επίδραση των δυνάμεων αυτών το νερό μπορεί να κινηθεί προς διάφορες κατευθύνσεις. Ακόμη, το νερό κινείται ως αποτέλεσμα θερμοκρασιακών διαφορών, της παρουσίας διαλυμένων στο εδαφικό νερό συστατικών καθώς και της δράσης των ριζών των φυτών. Οι τρεις τελευταίες περιπτώσεις αποτελούν θερμικούς και χημικούς ενεργειακούς παράγοντες και παρόλο που στη φύση υπάρχουν τρόποι μετασχηματισμού τους σε μηχανική ενέργεια όπως πχ τα κυτταρικά τοιχώματα που αποτελούν ένα είδος ημιδιαπερατής μεμβράνης δεν θα μας απασχολήσουν περαιτέρω λόγω του ότι επικεντρωνόμαστε στη κίνηση του νερού στο πορώδες. Κάτω από τη συνδυασμένη επίδραση όλων των παραπάνω παραγόντων, το εδαφικό νερό βρίσκεται σε συνεχή κίνηση τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της οποίας διαμορφώνονται κατά περίπτωση από την μορφή και την διάταξη των εδαφικών πόρων.

Προκειμένου να καθοριστεί η διεύθυνση της δύναμης που προκαλεί την κίνηση του εδαφικού νερού θα πρέπει να ποσοτικοποιηθεί το ολικό δυναμικό. Με τον όρο δυναμικό, στη μελέτη της ροής του εδαφικού νερού, εκφράζεται η ενέργειά του ανά μονάδα βάρους (L), ανά μονάδα μάζας ( $L^2T^{-2}$ ) ή ανά μονάδα όγκου ( $MT^{-2}L^{-1}$ ). Για υπολογισμούς η έκφραση του δυναμικού ως ενέργειά ανά μονάδα βάρους είναι πιο εύχρηστη γιατί επιτρέπει την έκφραση του δυναμικού βαρύτητας σε μονάδες μήκους και μπορεί να υπολογιστεί εύκολα από την υψομετρική διαφορά σε σχέση με ένα επίπεδο αναφοράς. Τα διάφορα πεδία που επιδρούν πάνω στο εδαφικό νερό δημιουργούν το δυναμικό βαρύτητας  $\Psi_g$ , το δυναμικό υδροστατικής πίεσης  $\Psi_p$  και το

οσμωτικό δυναμικό  $\Psi_o$ . Το ολικό δυναμικό του εδαφικού νερού  $\Psi$  εκφράζεται ως το άθροισμα των επιμέρους δυναμικών από τη σχέση:

$$\Psi = \Psi_g + \Psi_p + \Psi_o \quad (2.1)$$

### 2.2.1. Δυναμικό βαρύτητας

Αν ο καθορισμός της τιμής του δυναμικού βαρύτητας αναφέρεται σε ένα σημείο που βρίσκεται σε ύψος  $z$  πάνω από το αυθαίρετα εκλεγμένο επίπεδο αναφοράς υψών, τότε το έργο που καταναλώνεται για τη μεταφορά ενός στοιχειώδους όγκου εδαφικού νερού ( $dV$ ) από το επίπεδο αναφοράς στο ύψος  $z$  είναι:

$$W_g = g\rho_w(dV)z \quad (2.2)$$

Ανά μονάδα όγκου εδαφικού νερού το απαιτούμενο έργο είναι:

$$\Phi_g = g\rho_w z \quad (\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2}) \quad (2.3)$$

όπου :  $z$  η απόσταση του στοιχειώδους όγκου νερού πάνω από το επίπεδο αναφοράς (το οποίο θεωρείται τις περισσότερες φορές η επιφάνεια του εδάφους),  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας,  $m$  η μάζα του νερού όπου  $\rho_w$  η πυκνότητα του νερού ( $\text{gr}/\text{cm}^3$ ).

### 2.2.2. Δυναμικό υδροστατικής πίεσης

Αν θεωρήσουμε, ότι η μεταφορά καθαρού αέρα κάτω από πίεση ίση με την ατμοσφαιρική (η οποία λαμβάνεται σαν πίεση αναφοράς, δηλαδή παίρνει τιμή ίση με το μηδέν), στο εδαφικό νερό, που βρίσκεται σε πίεση  $P$ , γίνεται δια μέσου ενός σωλήνα διατομής  $dA$  και μήκους  $l$ , τότε το έργο που καταναλώνεται κατά τη μεταφορά αυτή είναι:

$$W_g = P(dA)l = P(dV) \quad (2.4)$$

όπου :  $dV$  ο στοιχειώδης όγκος νερού

Για την μονάδα του όγκου το έργο είναι:

$$\Phi_p = P = \rho_w gh \quad (\text{dyn} \cdot \text{cm}^{-2}) \quad (2.5)$$

όπου :  $\rho_w$  η πυκνότητα του νερού,  $h$  το ύψος της στήλης του νερού,  $g$  η επιτάχυνση της βαρύτητας.

Η ποσότητα αυτή έχει διαστάσεις μήκους, αναφέρεται ως ύψος πίεσης και αποτελεί τη βασικότερη εξαρτημένη μεταβλητή που χαρακτηρίζει την υγρασιακή κατάσταση ενός ακόρεστου εδάφους. Το ύψος πίεσης συναντάται ως αρνητική πίεση ή τάση ή μύζηση του εδαφικού νερού.

Για τη μετατροπή των διαστάσεων του δυναμικού από το παραπάνω σύστημα σε ύψος θέσης και ύψος πίεσης χρησιμοποιείται η παρακάτω εξίσωση:

$$\Psi_g = \frac{\Phi_g}{g\rho_w} \quad (2.6)$$

Το άθροισμα του δυναμικού της βαρύτητας και της υδροστατικής πίεσης λέγεται υδραυλικό δυναμικό  $h$  όπου :

$$h = \Psi_g + \Psi_p = z + H \quad (2.7)$$

### 2.3. Ποσοτική έκφραση της εδαφικής υγρασίας

Η εδαφική υγρασία πιθανώς αποτελεί την ευκολότερα κατανοητή παράμετρο στη μελέτη της ακόρεστης ζώνης του εδάφους και υπάρχουν τέσσερις διαφορετικοί τρόποι με τους οποίους μπορεί να εκφραστεί:

1. Το περιεχόμενο κατά βάρος νερό ( $\theta_g$ ) εκφράζει το νερό που περιέχει το έδαφος με βάση τη μάζα και είναι ίσο με τη μάζα του νερού ( $m_w$ ) προς τη μάζα του ξηρού εδάφους ( $m_s$ ):

$$\theta_g = m_g / m_s \quad (\text{MM}^{-1}) \quad (2.8)$$

2. Το περιεχόμενο κατ' όγκο νερό ( $\theta_v$ ) είναι ίσο με το λόγο του όγκου του νερού ( $V_w$ ) προς τον όγκο του εδάφους (στερεά και πόροι) ( $V_t$ ):

$$\theta_v = V_w / V_t \quad (\text{L}^3\text{L}^{-3}) \quad (2.9)$$

3. Ο αποτελεσματικός βαθμός κορεσμού ( $S_e$ ) είναι ο λόγος της διαφοράς του όγκου του νερού στο έδαφος ( $\theta_v$ ) με την υπολειμματική υγρασία ( $\theta_r$ ) προς τη διαφορά πορώδους ( $\theta_s$ ) με την υπολειμματική υγρασία ( $\theta_r$ ):

$$S_e = (\theta_v - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r) \quad (2.10)$$

Ο αποτελεσματικός βαθμός κορεσμού είναι αδιάστατος και παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1.

4. Τέλος, το ισοδύναμο ύψος νερού που εκφράζει το ισοδύναμο πάχος υδάτινου στρώματος στην επιφάνεια του εδάφους (όγκος του νερού προς το εμβαδόν της επιφάνειας). Συνδέεται με το περιεχόμενο κατ' όγκο νερό με τη σχέση:

$$y = \theta_v D \quad (2.11)$$

όπου D το βάθος της εδαφικής ζώνης.

#### *2.4. Η χαρακτηριστική καμπύλη της εδαφικής υγρασίας (X.K.Y).*

Για την επίλυση της εξίσωσης της κίνησης του νερού στο έδαφος απαιτείται ο προσδιορισμός της συναρτησιακής σχέσης της υγρασίας του εδάφους με το ύψος πίεσης του εδαφικού νερού, γνωστή ως χαρακτηριστική καμπύλη του εδάφους  $\theta(H)$  καθώς και της σχέσης της ακόρεστης υδραυλικής αγωγιμότητας με την εδαφική υγρασία ή το ύψος πίεσης του εδαφικού νερού  $K(\theta)$  ή  $K(H)$ . Οι συναρτησιακές αυτές σχέσεις όπως επίσης και η υδραυλική χωρητικότητα του εδάφους που εκφράζεται από την παράγωγο  $\partial\theta/\partial H$ , είναι οι βασικές παράμετροι που χρησιμοποιούνται στα μαθηματικά μοντέλα κίνησης του νερού και μεταφοράς μάζας. Η καμπύλη  $\theta(H)$  προσδιορίζεται πειραματικά με μείωση ή αύξηση της περιεκτικότητας σε νερό και χαρακτηρίζεται σαν καμπύλη στράγγισης (drying curve) ή καμπύλη διύγρυνσης (wetting curve) αντίστοιχα. Οι καμπύλες αυτές είναι διαφορετικές λόγω του φαινομένου της υστέρησης, το οποίο επηρεάζει έντονα την καμπύλη  $\theta(H)$  (Αντωνόπουλος 1999). Έχει αποδειχθεί ότι η ύπαρξη της υστέρησης επηρεάζει τους



υπολογισμούς της ροής του νερού στο έδαφος και έχει αποτελέσει αντικείμενο πολυάριθμων μελετών (*Poulovassilis*, 1962, 1969, *Topp and Miller*, 1966, *Thony*, 1970 κ.α.).

## 2.5. Οι βασικές παράμετροι.

Στην μελέτη της κίνησης της εδαφικής υγρασίας οι βασικές παράμετροι που χρησιμοποιούνται είναι :

α) Η υδραυλική αγωγιμότητα  $K$  (hydraulic conductivity)

β) Ο συντελεστής διάχυσης  $D$  (diffusivity)

### 2.5.1. Η υδραυλική αγωγιμότητα ( $K$ ).

Η υδραυλική αγωγιμότητα χαρακτηρίζει το έδαφος, εκφράζει την ευκολία ή δυσκολία κίνησης του νερού στο πορώδες του εδάφους και ορίζεται ως η σταθερά αναλογίας που συνδέει την ειδική παροχή ή ταχύτητα του Darcy  $q$  με την κλίση του υδραυλικού φορτίου, η οποία προκαλεί την ροή, οπότε :

$$K = -\frac{q}{gradh} \quad (2.12)$$

Η υπόθεση της γραμμικότητας μεταξύ της ροής και της κλίσης του υδραυλικού φορτίου, που επαληθεύτηκε πειραματικά από τον *Darcy* για κορεσμένα πορώδη μέσα λαμβάνεται γενικά υπόψη και για την περίπτωση των ακόρεστων μέσων (απόκλιση από αυτή τη γραμμικότητα παρουσιάζεται στις μεγάλες κλίσεις του υδραυλικού φορτίου και στις μεγάλες ταχύτητες ροής).

Σε ένα ακόρεστο έδαφος η υδραυλική αγωγιμότητα  $K$  είναι συνάρτηση της περιεκτικότητας  $\Theta$  σε νερό και επομένως και του ύψους πίεσης  $H$  του εδαφικού νερού. Στον πίνακα 2-1 δίνονται οι γνωστότερες αναλυτικές σχέσεις υδραυλικής αγωγιμότητας - φορτίου πίεσης από τη διεθνή βιβλιογραφία.

Η καμπύλη  $K(H)$  επηρεάζεται έντονα από την υστέρηση (*Poulovassilis*, 1969) σε αντίθεση με την καμπύλη  $K(\Theta)$ , που επηρεάζεται ελάχιστα (*Thony*, 1970; *Braester et al.*, 1971).

**Πίνακας 2-1.** Σχέσεις μεταξύ υδραυλικής αγωγιμότητας και φορτίου πίεσης ( $H_* = aH$ ).

Γενικά, οι μεταβλητές  $m$  και  $a$  είναι διαφορετικές για κάθε σχέση και  $Se = \frac{\theta(H) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r}$

	$m$	$K / K_s$	$Se$ ή $H_*$
Gardner (1958) και Russo (1988)	$m > 0$	$\exp(H_*)$	$Se = [\exp(H_*/2)(1 - H_*/2)]^{2/(m+2)}$
Van Genuchten (1980) <sup>a</sup>	$0 < m < 1$	$Se' \left[ 1 - (Se^{1/m})^m \right]^2$	$Se = (1 +  H_* ^n)^{-m}$
Brooks and Corey (1964) <sup>b</sup>	$m > 0$	$Se^a$  1	$Se =  H_* ^{-1/m} \quad H_* < -1$  $= 1 \quad -1 < H_* < 0$
Fujita (1952) και Broadbridge and White(1987)	$m > 1$	$\frac{(m-1)Se^2}{(m-Se)}$	$h_* = 1 - \frac{1}{Se} + \frac{1}{m} \ln \left[ \frac{(m-1)Se}{m-Se} \right]$
Kosugi (1996) <sup>γ</sup>	$m > 0$	$Se^{0.5} Q \left( \frac{\ln  H_* }{m} \right)^2$	$Se = Q \left( \frac{\ln  H_* }{m} - m \right)$
Γραμμικό <sup>δ</sup>	-	Se	$H_* = \ln Se$

<sup>a</sup> Πιο συχνά  $l=0.5$  και  $n=1/(1-m)$

<sup>b</sup> Συνήθως  $u=2m+3$ . (Μερικές φορές  $u=2m+1$  ή  $u=2m+2$ )

<sup>γ</sup> Η Q είναι η συμπληρωματική συνάρτηση κανονικής κατανομής  $Q(x)=1-P(x)$ .

<sup>δ</sup> Επίσης  $K_s = k(\theta_s - \theta_r)$  όπου  $k = aD = dK/d\theta$ .

### 2.5.2. Ο συντελεστής διάχυσης ( $D$ ).

Ο συντελεστής διάχυσης ( $D$ ) ορίζεται από τη σχέση:

$$D = K \frac{dH}{d\Theta} \quad (2.13)$$

όπου  $K$  : η υδραυλική αγωγιμότητα στο ποσοστό υγρασίας  $\Theta$ ,  $\frac{dH}{d\Theta}$  η αντίστροφη κλίση της χαρακτηριστικής καμπύλης υγρασίας στο ίδιο ποσοστό υγρασίας  $\Theta$ .

Θα πρέπει να παρατηρηθεί ότι η κλίση  $\frac{dH}{d\Theta}$  παρουσιάζει υστέρηση εφόσον μπορεί να μετρηθεί κατά μήκος διάφορων διαδρομών υστέρησης της σχέσης μεταξύ  $H$  και  $\Theta$ .

Σημειώνεται ότι ο όρος διάχυση, που αναφέρεται παραπάνω δεν έχει καμία σχέση με την μοριακή διάχυση των διαλυμάτων και ότι ο συντελεστής διάχυσης  $D$  δεν έχει φυσική σημασία. Για να αποφευχθεί η σύγχυση ο *Hillel* (1980) πρότεινε να καλείται ο συντελεστής  $D$  υδραυλική διαχυσιμότητα (hydraulic diffusivity). Οι διαστάσεις του  $D$  είναι: ( $L^2T^{-1}$ )

### 2.6. Η δυναμική εξίσωση ή εξίσωση Darcy.

Ο νόμος του Darcy αρχικά χρησιμοποιήθηκε για να περιγράψει τη ροή ρευστών μέσα από πορώδη υλικά κάτω από κορεσμένες συνθήκες. Ωστόσο, ο *Buckingham* το 1907 απέδειξε ότι ο νόμος αυτός μπορούσε να επεκταθεί και στην περίπτωση της ακόρεστης ροής.

Για κορεσμένο ομοιογενές και ισότροπο μέσο η εξίσωση *Darcy* γράφεται:

$$\mathbf{q} = -K_s \nabla h \quad (2.14)$$

όπου  $\mathbf{q}$  το διάνυσμα της μακροσκοπικής ταχύτητας και  $K_s$  η υδραυλική αγωγιμότητα του κορεσμένου μέσου ( $LT^{-1}$ ). Η ταχύτητα *Darcy* δεν είναι η πραγματική ταχύτητα του ρευστού στο πορώδες μέσο αλλά απλώς δηλώνει την παροχή ανά μονάδα επιφάνειας του πορώδους μέσου.

Στα ακόρεστα μέσα η υδραυλική αγωγιμότητα είναι συνάρτηση της περιεκτικότητας σε νερό. Όπως αναφέρει ο *Swartzendruder* (1968), η αρχική ιδέα της εξάρτησης της  $K$  από την  $\theta$  ανήκει στον *Buckingham* (1907), αλλά εμφανίστηκε πάλι πιο συγκεκριμένα και εφαρμόστηκε από τον *Richards* (1931), επαληθεύτηκε όμως πειραματικά από τους *Childs* και *Collis George* (1950) καθώς επίσης και από πολλούς άλλους ερευνητές μεταγενέστερα.

Για την περίπτωση της ακόρεστης ροής σε ανισότροπο έδαφος η εξίσωση *Darcy* γράφεται:

$$\mathbf{q} = -\mathbf{K} \cdot \nabla h \quad (2.15)$$

όπου  $\mathbf{K}$  ο τανυστής δεύτερης τάξης:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Όταν οι άξονες του ορθογωνίου συστήματος συντεταγμένων συμπίπτουν με τους άξονες του διανύσματος της υδραυλικής αγωγιμότητας τότε το  $\mathbf{K}$  μετατρέπεται σε έναν διαγώνιο πίνακα:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Η εξίσωση *Darcy* για τρισδιάστατη ροή λαμβάνει την μορφή:

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} K_x & 0 & 0 \\ 0 & K_y & 0 \\ 0 & 0 & K_z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \partial h / \partial x \\ \partial h / \partial y \\ \partial h / \partial z \end{Bmatrix} \quad (2.18)$$

Η εξίσωση *Darcy* για τρισδιάστατη ροή για ένα ισότροπο έδαφος όπου  $K_x = K_y = K_z = K$  λαμβάνει την απλούστερη μορφή:

$$\begin{Bmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{Bmatrix} = -K \begin{Bmatrix} \partial h / \partial x \\ \partial h / \partial y \\ \partial h / \partial z \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

Η εξίσωση της συνέχειας εκφράζει τη διατήρηση της μάζας νερού σε έναν στοιχειώδη όγκο εδάφους και στη γενική της μορφή γράφεται ως εξής:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_w \theta) = -\text{div}(\rho_w \mathbf{q}) = -\nabla \cdot (\rho_w \mathbf{q}) \quad (2.20)$$

όπου  $t$  : ο χρόνος (T),  $\mathbf{q}$  το διάνυσμα της μακροσκοπικής ταχύτητας ή ταχύτητα *Darcy* ( $L^{-3}L^{-2}T^{-1}$ ) και  $\rho_w$  η πυκνότητα του νερού ( $M/L^3$ ).

Στην περίπτωση που το νερό θεωρηθεί ασυμπίεστο η πυκνότητα παραμένει σταθερή και η εξίσωση παίρνει την απλούστερη μορφή:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} \quad (2.21)$$

## 2.7. Η εξίσωση μεταφοράς ή εξίσωση ροής.

Η εξίσωση μεταφοράς προκύπτει από τις εξισώσεις συνέχειας και *Darcy*. Συνδυάζοντας τις εξισώσεις (2.14) και (2.20) προκύπτει:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot [\mathbf{K} \cdot \nabla h] \quad (2.22)$$

$$\text{ή } \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ K(\theta) \frac{\partial H}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ K(\theta) \frac{\partial H}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ K(\theta) \frac{\partial H}{\partial z} \right] + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \quad (2.23)$$

Από τις εξισώσεις (2-12) και (2-22) προκύπτει η εξίσωση των *Fokker-Planck* ( $\theta$ )

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] + \frac{\partial K(\theta)}{\partial z} \quad (2.24)$$

Η εξίσωση (2.22) είναι μη γραμμική εξίσωση που έχει σαν εξαρτημένη μεταβλητή την εδαφική υγρασία.

Εισάγοντας τον συντελεστή  $C(H)=d\theta/dH$  (2.25) (υδατοχωρητικότητα) που παριστάνει την κλίση της χαρακτηριστικής καμπύλης υγρασίας  $H(\theta)$ , στην εξίσωση (2.22) προκύπτει η εξίσωση του *Richards*.

$$C(H)\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[K(H)\frac{\partial H}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[K(H)\frac{\partial H}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[K(H)\left[\frac{\partial H}{\partial z} + 1\right]\right] \quad (2.26)$$

Η εξίσωση (2.25) είναι μη γραμμική. Πρωτοπαρουσιάστηκε από τον *Richards* (1931) έχει σαν εξαρτημένη μεταβλητή το φορτίο πίεσης  $H$  και μπορεί να χρησιμοποιηθεί και για διαστρωμένα εδάφη λόγω της συνέχειας που παρουσιάζει το φορτίο πίεσης.

Η εξίσωση (2.25) μπορεί να γραφεί με εξαρτημένες μεταβλητές, τόσο το ύψος πίεσης, όσο και την εδαφική υγρασία  $\theta$ , γνωστή ως μικτή μορφή της εξίσωσης *Richards*:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[K(H)\frac{\partial H}{\partial x}\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[K(H)\frac{\partial H}{\partial y}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[K(H)\left[\frac{\partial H}{\partial z} + 1\right]\right] \quad (2.27)$$

Για την επίλυση των εξισώσεων (2.23) έως και (2.25) απαιτούνται οι συναρτήσεις  $\theta(H)$  και  $K(\theta)$  ή  $K(H)$  καθώς επίσης οι αρχικές και οριακές συνθήκες του προβλήματος.

## 2.8. Συνθήκες εργασίας.

Προκειμένου να γίνει κατανοητό το πλαίσιο πάνω στο οποίο έγινε η μελέτη, παραθέτουμε εδώ τις συνθήκες κάτω από τις οποίες εργασθήκαμε.

- α. Η στερεά φάση είναι σταθερής δομής, θεωρείται ομογενής κατά στρώσεις και ισότροπη σε μακροσκοπική κλίμακα.
- β. Η ροή είναι τρισδιάστατη.
- γ. Η ροή είναι ισοθερμική.
- δ. Η υγρή φάση θεωρείται συνεχής.
- ε. Η αέρια φάση έχει παντού σταθερή πίεση (ίση με την ατμοσφαιρική).

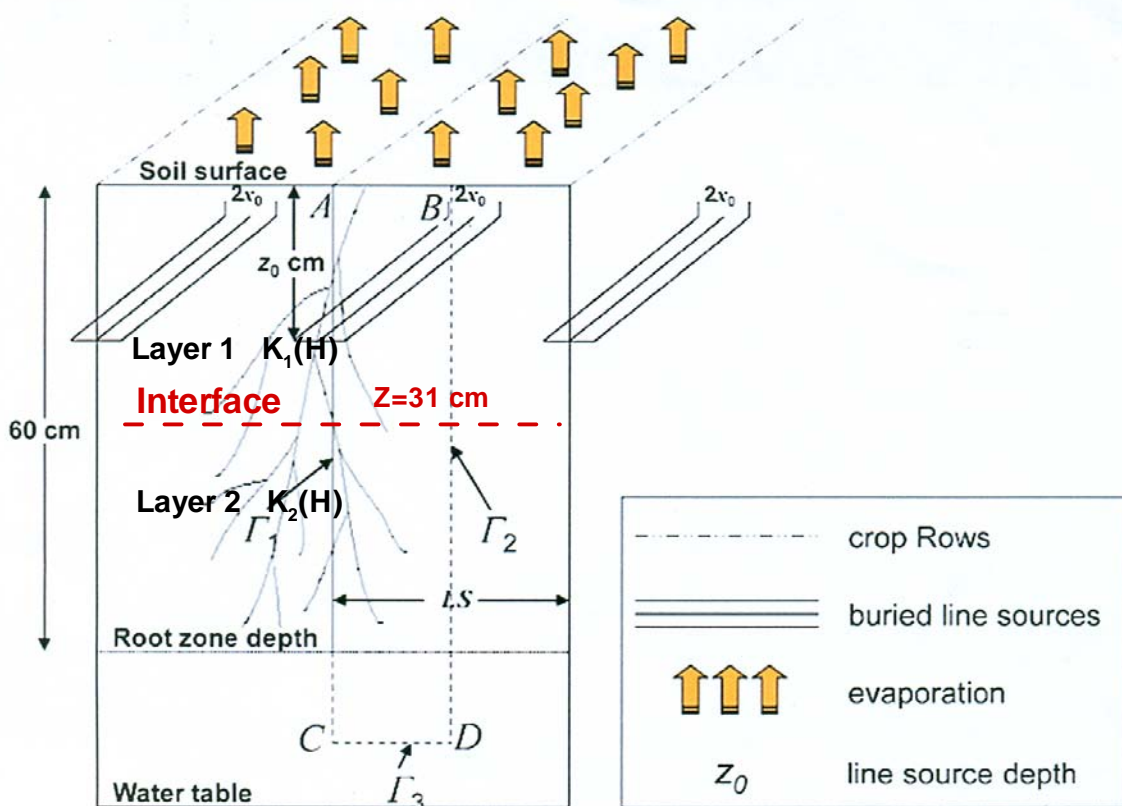
Οι συνθήκες αυτές είναι προφανώς πολύ περιοριστικές όσον αφορά την γενικότητα του προβλήματος, όμως επιτρέπουν μια ικανοποιητική προσέγγιση για το υδροδυναμικό πρόβλημα.

ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΝΕΡΟΥ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΠΗΓΗΣ ΣΤΑΓΔΗΝ ΑΡΔΕΥΣΗΣ ΣΕ ΚΑΛΛΙΕΡΓΟΥΜΕΝΟ ΣΤΡΩΜΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΕΔΑΦΟΣ

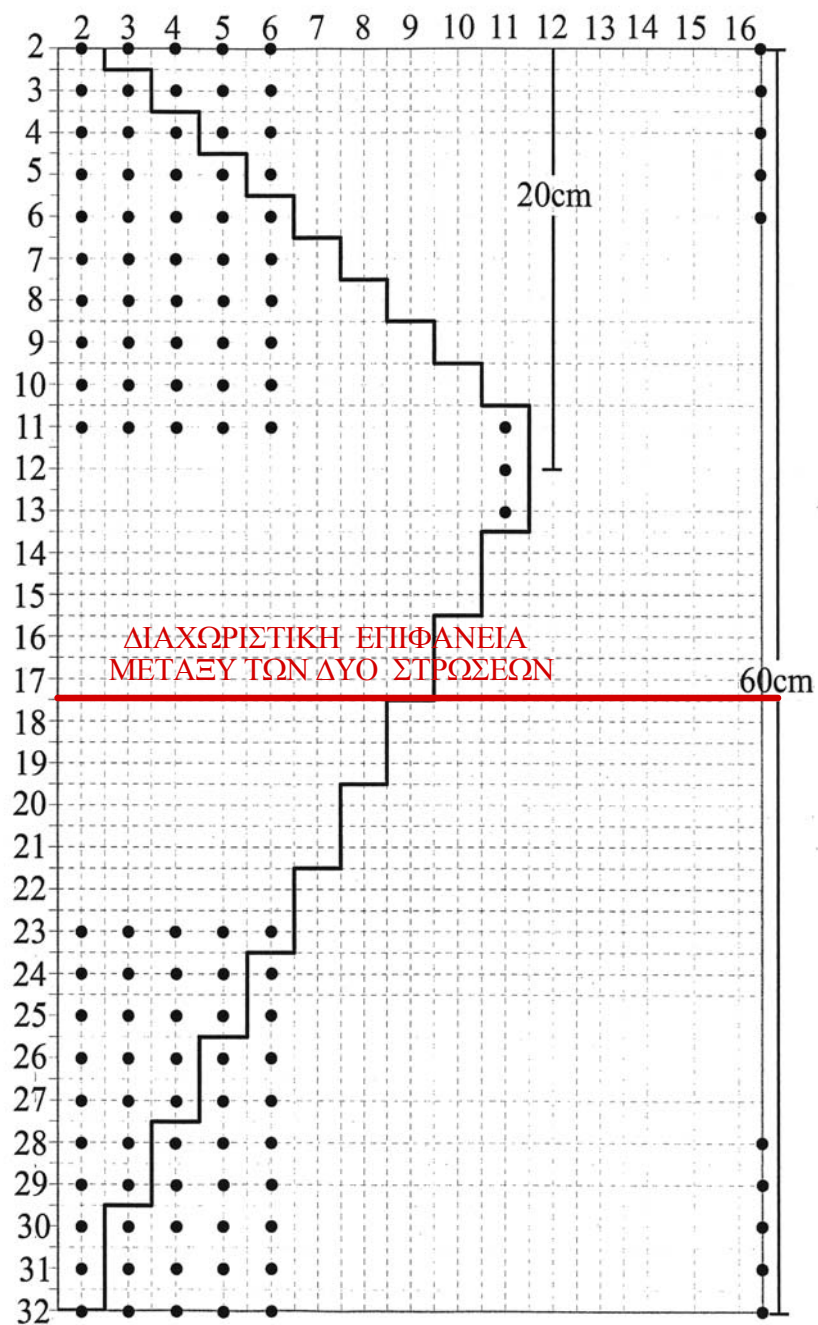
3.1. Εισαγωγή.

Στο παρόν κεφάλαιο παρουσιάζεται το θεωρητικό υπόβαθρο στο οποίο βασίζεται η προσομοίωση της δυναμικής του εδαφικού νερού στην περίπτωση υπόγειας γραμμικής πηγής στάγδην άρδευσης.

3.2. Το φυσικό μοντέλο



Σχήμα 3.1 Σχηματική αναπαράσταση του φυσικού μοντέλου



Σχήμα 3.2 Σχηματική αναπαράσταση του ενεργού ριζοστρώματος



### 3.3. Το μαθηματικό μοντέλο.

Επειδή οι επιφάνειες των υγρών μετώπων δύο ή περισσότερων σταλακτηφόρων σωλήνων κατά τη διάρκεια της άρδευσης ενώνονται έχουμε επίπεδη συμμετρία και η ροή του νερού στο έδαφος μπορεί να θεωρηθεί δυσδιάστατη. Η επίπεδη συμμετρία επιτρέπει την εξέταση του φαινομένου σε ένα από τα άπειρα κατακόρυφα επίπεδα που είναι κάθετα στη γραμμική πηγή. Το φυσικό πρόβλημα σε ένα έδαφος με φυτά στη περίπτωση αυτή περιγράφεται από την εξίσωση ροής του *Richards* με καρτεσιανές συντεταγμένες  $x, y$  εντός των ορίων  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3$  :

$$C(H) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K(H) \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(H) \left( \frac{\partial H}{\partial z} - 1 \right) \right) - S(H, z) \quad (3.1)$$

όπου:  $H$  είναι το φορτίο πίεσης (L),  $K$  είναι η υδραυλική αγωγιμότητα ( $LT^{-1}$ ),  $t$  είναι ο χρόνος από την αρχή της διήθησης (T),  $C$  είναι ο συντελεστής υδατοχωρητικότητας (όπως αυτός ορίζεται από την εξίσωση (2.24)), ' $S$ ' είναι μια συνάρτηση που αντιπροσωπεύει την πρόσληψη νερού από τις ρίζες των φυτών ανα μονάδα όγκου εδάφους στη μονάδα του χρόνου ( $L^3L^3T^{-1}$ ), με τον άξονα των  $z$  να θεωρείται θετικός προς τα κάτω. Η επίλυσή της δίνει την κατανομή του ύψους πίεσης στο έδαφος για κάθε χρονική στιγμή και μέσω της ΧΚΥ κάθε εδαφικής στρώσης, την κατ' όγκο εδαφική υγρασία  $\theta$ .

### 3.4. Αρχικές και οριακές συνθήκες.

Για την πλήρη μαθηματική περιγραφή ενός προβλήματος κίνησης του νερού σε ένα πορώδες μέσο απαιτούνται, εκτός από την εξίσωση *Richards*, και οι κατάλληλες για κάθε πρόβλημα βοηθητικές (αρχική και οριακές) συνθήκες, οι οποίες περιγράφουν τις φυσικές συνθήκες κάτω από τις οποίες λαμβάνει χώρα το φαινόμενο και επιπλέον εξασφαλίζουν την μοναδικότητα της λύσης. Η εξίσωση (3.1) είναι μη γραμμική Μ.Δ.Ε παραβολικού τύπου.

Η αρχική συνθήκη δίνει την αρχική τιμή του πιεζομετρικού φορτίου και είναι του τύπου:

$$H(x, z, t = 0) = H(z) \quad (3.2)$$

Η συνθήκη στο κάτω όριο της περιοχής ροής ορίζεται με τέτοιο τρόπο ώστε η περιοχή διακριτοποίησης να περιορίζεται σε εκείνη μόνο την περιοχή του εδάφους που η μεταβλητή  $H$  μεταβάλλεται σε σχέση με τον χρόνο. Η περιοχή διακριτοποίησης αυξάνεται βαθμηδόν με το χρόνο όσο το μέτωπο διαβροχής προχωράει (συνθήκες ελεύθερης στράγγισης). Η οριακή συνθήκη στο κινητό όριο της περιοχής ροής  $\Gamma_3$  θα είναι:

$$\frac{\partial H}{\partial z} = 1, \text{ για } z=Z(t) \text{ και } 0 \leq x \leq LS/2 \quad (3.3)$$

Οι οριακές συνθήκες στα σταθερά γεωμετρικά όρια της περιοχής ροής  $\Gamma_1, \Gamma_2$  θα είναι:

(α) Στο επίπεδο συμμετρίας  $\Gamma_2$  ( $x = LS/2$ ) έχουμε συνθήκη μηδενικής ροής:

$$\text{για } t > 0 \text{ και } 0 \leq z \leq Z(t), \quad q_x = -K(H) \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (3.4)$$

(β) Στο επίπεδο συμμετρίας  $\Gamma_1$  ( $x = 0$ ) έχουμε συνθήκη μηδενικής ροής:

$$\text{για } t > 0 \text{ και } 0 \leq z \leq Z(t), \quad q_x = -K(H) \frac{\partial H}{\partial x} = 0 \quad (3.5)$$

(γ) Στην επιφάνεια του εδάφους ( $z = 0$ ) χωρίς βροχόπτωση έχουμε συνθήκη ροής:

$$\text{για } t > 0 \text{ και } 0 \leq x \leq LS/2, \quad q_z = -K(H) \frac{\partial H}{\partial z} + K(H) = -E_a \quad (3.6)$$

όπου  $E_a$  είναι ο ρυθμός πραγματικής εξάτμισης ( $L \cdot T^{-1}$ ).

Ο ρυθμός πραγματικής εξάτμισης  $E_a$ , από την επιφάνεια του εδάφους, ορίζεται από μία πτωτική εκθετική συνάρτηση με την μείωση του φορτίου πίεσης:

$$E_a = E_p e^{\delta \cdot H} \quad (3.7)$$

όπου:  $E_p$  είναι ο ρυθμός δυνητικής εξάτμισης ( $L \cdot T^{-1}$ ),  $H$  είναι το φορτίο πίεσης (L) και  $\delta$  είναι ένας συντελεστής αναλογικότητας ( $L^{-1}$ ). Το  $E_p$  τίθεται ίσο με  $0.01 \text{ cm} \cdot \text{h}^{-1}$  κατά τη διάρκεια της ημέρας ενώ κατά τη διάρκεια της νύχτας ίσο με  $0 \text{ cm} \cdot \text{h}^{-1}$ . Έτσι η δυνητική ημερήσια εξάτμιση  $E_p$  θα είναι ίση με  $0.12 \text{ cm}$ .

### 3.5. Ενσωμάτωση του φαινομένου της υστέρησης στη Χ.Κ.Υ.

Στην παρακάτω προσέγγιση έγινε η υπόθεση ότι η κύρια καμπύλη στράγγισης καθώς επίσης και η κύρια καμπύλη διαβροχής μπορούν να περιγραφούν από την αναλυτική σχέση του *van Genuchten* (1980):

$$\Theta(H) = \Theta_r + \frac{\Theta_s - \Theta_r}{\left(1 + (a \cdot H)^n\right)^m} \quad m = 1 - 1/n \quad (3.8)$$

όπου  $\Theta$  είναι η κατ' όγκο περιεκτικότητα σε νερό του εδάφους ( $L^3 \cdot L^{-3}$ ),  $\Theta_r$  είναι η υπολειπόμενη περιεκτικότητα σε νερό και  $\Theta_s$  η κατ' όγκο περιεκτικότητα σε νερό στον κορεσμό,  $a$ ,  $n$ , και  $m$  εμπειρικές παράμετροι προσαρμογής. Επίσης ορίστηκε ότι η κύρια καμπύλη στράγγισης και η κύρια καμπύλη διαβροχής θα συμβολίζονται ως  $\Theta_d(H)$  και  $\Theta_w(H)$ , αντίστοιχα.

Στην ενσωμάτωση του φαινομένου της υστέρησης στο μοντέλο μας θα ακολουθήσουμε τις απλοποιήσεις των *Kool and Parker* (1987) για το εμπειρικό μοντέλο των *Scott et al.* (1983). Έτσι υποθέτουμε ότι:

$$\Theta_r^w = \Theta_r^d = \Theta_r \quad \text{και} \quad \Theta_s^w = \Theta_s^r = \Theta_s \quad (3.9)$$

Η υδραυλική αγωγιμότητα  $K$  ( $LT^{-1}$ ) δίνεται πάλι από τη σχέση του *van Genuchten* (1980) συναρτήσει του ενεργού βαθμού κορεσμού ( $Se$ ). Έτσι:

$$K(Se) = K_s Se^{0.5} \left( 1 - \left[ 1 - Se^{\frac{n}{n-1}} \right]^m \right)^2 \quad \text{όπου} \quad Se = \frac{\Theta(H) - \Theta_r}{\Theta_s - \Theta_r} \quad (3.10)$$

Το  $K_s$  είναι η υδραυλική αγωγιμότητα στο κορεσμό. Έχοντας υποθέσει προηγουμένως ότι  $\Theta_r^w = \Theta_r^d = \Theta_r$  και  $\Theta_s^w = \Theta_s^r = \Theta_s$ , η ύπαρξη της υστέρησης στη

σχέση  $K(H)$  εμφανίζεται στις διαφορές μεταξύ  $n^d$  και  $n^w$ . Εναλλακτικά για να εξάγουμε μια μη υστερητική σχέση  $K(H)$  θέτουμε  $n^d = n^w = n$ . Έτσι η κύρια καμπύλη στράγγισης περιγράφεται από το διάνυσμα παραμέτρων  $(\Theta_s, \Theta_r, a^d, n)$  και η κύρια καμπύλη διαβροχής από το διάνυσμα παραμέτρων  $(\Theta_s, \Theta_r, a^w, n)$ .

Στο μοντέλο των *Scott et al.* (1983), οι διερευνητικές καμπύλες στράγγισης προκύπτουν με κλιμάκωση από τη κύρια καμπύλη στράγγισης και οι διερευνητικές καμπύλες διαβροχής προκύπτουν με κλιμάκωση από τη κύρια καμπύλη διαβροχής. Οι διερευνητικές καμπύλες στράγγισης βρίσκονται χρησιμοποιώντας το διάνυσμα παραμέτρων  $(\Theta_s^*, \Theta_r, a^d, n)$  στη σχέση (3.8), όπου το  $\Theta_s^*$  αντικαθιστά το  $\Theta_s$  και εμπεριέχει την επίδραση της κλιμάκωσης (scaling) της καμπύλης στράγγισης να περάσει από το σημείο εναλλαγής, δίνοντας:

$$\Theta_s^* = \frac{\Theta_d - \Theta_r \cdot [1 - Se^d(H_d)]}{Se^d(H_d)} \quad (3.11)$$

όπου  $\Theta_d$  είναι η υγρασία του εδάφους στο σημείο εναλλαγής, και  $Se^d(H_d)$  είναι η τιμή του ενεργού βαθμού κορεσμού στην κύρια καμπύλη στράγγισης για φορτίο  $H_d$ .

Όμοια, οι διερευνητικές καμπύλες διαβροχής βρίσκονται χρησιμοποιώντας το διάνυσμα παραμέτρων  $(\Theta_s, \Theta_r^*, a^w, n)$  στη σχέση (3.8), όπου το  $\Theta_r^*$  αντικαθιστά το  $\Theta_r$  και εμπεριέχει την επίδραση της κλιμάκωσης (scaling) της καμπύλης διαβροχής να περάσει από το σημείο εναλλαγής, δίνοντας:

$$\Theta_r^* = \frac{\Theta_d - \Theta_s \cdot Se^w(H_d)}{1 - Se^w(H_d)} \quad (3.12)$$

όπου  $\Theta_d$  είναι η υγρασία του εδάφους στο σημείο εναλλαγής, και  $Se^w(H_d)$  είναι η τιμή του ενεργού βαθμού κορεσμού στην κύρια καμπύλη διαβροχής για φορτίο  $H_d$ .

Η ενσωμάτωση της παραπάνω διαδικασίας στους υπολογισμούς γίνεται ως εξής: Ένας δείκτης υστέρησης  $k$  αντιπροσωπεύει κάθε κόμβο της υπό μελέτης περιοχής. Ο δείκτης αυτός έχει την τιμή +1 εάν το έδαφος στο κόμβο αυτό διαβρέχεται και την τιμή

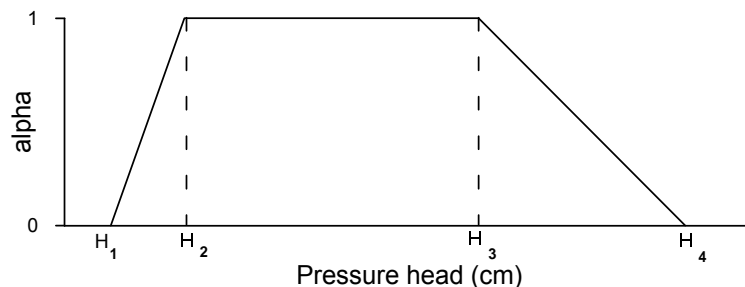
-1 αν το έδαφος στραγγίζει. Όταν μια διεργασία στράγγισης αλλάζει σε διεργασία διαβροχής τότε ο δείκτης  $k$  αλλάζει τιμή από -1 σε +1 (ή και το αντίθετο). Όταν ανιχνεύεται μια εναλλαγή εντοπίζεται η κατάλληλη διερευνητική καμπύλη και οι συντελεστές της αποθηκεύονται.

### 3.6. Πρόσληψη νερού από τις ρίζες των φυτών (sink term) και εξάτμιση από την επιφάνεια του εδάφους.

Η πρόσληψη του εδαφικού νερού από τις ρίζες των φυτών ή όρος 'S' υπολογίζεται με βάση το μοντέλο του Feddes (Feddes et al., 1978). Σύμφωνα με το μοντέλο αυτό η πρόσληψη του νερού από το φυτό εξαρτάται από το φορτίο πίεσης  $H$  και το μέγιστο ρυθμό πρόσληψης,  $S_{\max}$ :

$$S = \alpha(H)S_{\max} \quad (3.13)$$

όπου  $\alpha(H)$  είναι ένας αδιάστατος παράγοντας μείωσης, ο οποίος παίρνει τιμές μεταξύ 0 και 1 σύμφωνα με το Σχήμα 3-3.



Σχήμα 3-3 Διακύμανση τιμών της μεταβλητής  $\alpha$ .

Οι τιμές των χαρακτηριστικών φορτίων πίεσης που υπεισέρχονται στον υπολογισμό του συντελεστή μείωσης,  $\alpha$ , παρουσιάζονται στον Πίνακα 3-1.

Πίνακας 3.1 Τιμές των χαρακτηριστικών φορτίων πίεσης.

$H_1$	-10 cm
$H_2$	-25 cm
$H_3$	-400 cm
$H_4$	-15000 cm

Για  $H > -10$  cm έχουμε αναερόβιες συνθήκες, οπότε οι ρίζες δεν απορροφούν νερό από το έδαφος. Για  $-25 \text{ cm} < H \leq -10$  cm οι ρίζες αρχίζουν να απορροφούν νερό από το έδαφος. Για  $-400 \text{ cm} < H \leq -25$  cm έχουμε άριστες συνθήκες απορρόφησης του νερού από τις ρίζες. Για  $-15000 \text{ cm} < H \leq -400$  cm η απορρόφηση του νερού από το έδαφος μειώνεται και για  $H \leq -15000$  cm οι ρίζες δεν μπορούν πλέον να απορροφήσουν νερό. Το φορτίο αυτό συνήθως είναι το φορτίο πίεσης στο σημείο μαρασμού.

Η ενσωμάτωση της ημερήσιας μεταβολής της δυνητικής διαπνοής των φυτών έγινε με την εισαγωγή ενός αδιάστατου συντελεστή  $\gamma$  (Elmaloglou and Malamos, 2005) στην εξίσωση (3.13) ως εξής:

$$S = a(H) \cdot S_{\max} \cdot \gamma \quad (3.14)$$

Ο συντελεστής  $\gamma$  τέθηκε ίσος με 1.00 κατά τη διάρκεια της ημέρας, ενώ κατά τη διάρκεια της νύκτας τέθηκε ίσος με 0.20. Το βάθος του ριζοστρώματος πάρθηκε ίσο με 60 cm. Το ενεργό ριζόστρωμα δίνεται στο σχήμα 3-2.

Η τιμή του  $S_{\max}$  σε κάθε ένα από τους κόμβους του ενεργού ριζοστρώματος πάρθηκε ίση με  $0.2272727 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3 \text{ cm}^{-3} \text{ h}^{-1}$ . Η τιμή αυτή επιλέχθηκε έτσι ώστε η ημερήσια δυναμική διαπνοή να είναι ίση με 0.72 cm.

$$(0.2272727 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{12}{24} \cdot 1 + 0.2272727 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{12}{24} \cdot 0.20) \cdot 24 \cdot 60 \cdot \frac{660}{1800} = 0.72 .$$

Η δυνητική εξατμισοδιαπνοή τέθηκε ίση με 0.84 cm η οποία είναι η ίδια για υφάλμυρες περιοχές. Η τιμή του  $E_p = 0.01 \text{ cmh}^{-1}$  τέθηκε έτσι ώστε ο λόγος της δυνητικής εξατμίσης προς τη δυνητική εξατμισοδιαπνοή (PE/PET) να έχει τιμή γύρω στο 14% που αντιστοιχεί σε πραγματικές συνθήκες. Ακόμη, για τον υπολογισμό του ρυθμού πραγματικής εξατμίσης από την επιφάνεια του εδάφους (εξίσωση 3.6) ο συντελεστής  $\delta$  τέθηκε ίσος με  $0.005 \text{ cm}^{-1}$  και για τα δύο έδαφη «loamy sand» και «siltu clay loam» που αποτελούν το στρωματοποιημένο μας έδαφος. Ο συνολικός χρόνος προσομοίωσης ορίστηκε ως ο χρόνος που απαιτείται ώστε η μέση υγρασία να γίνει ίση με τη μέση αρχική υγρασία στο ριζόστρωμα.

## Κεφάλαιο 4

### ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΥ ΜΟΝΤΕΛΟΥ ΤΗΣ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΤΟΥ ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΝΕΡΟΥ ΣΤΗΝ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΠΗΓΗΣ ΣΤΑΓΔΗΝ ΑΡΔΕΥΣΗΣ ΣΕ ΣΤΡΩΜΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΕΔΑΦΟΣ

#### **4.1. Μαθηματικά μοντέλα προσομοίωσης της δυναμικής του εδαφικού νερού στην περίπτωση στάγδην άρδευσης.**

Οι διαφορικές εξισώσεις που περιγράφουν την κίνηση του νερού σε εδάφη μεταβαλλόμενου κορεσμού είναι έντονα μη γραμμικές. Ο λόγος είναι ότι τόσο η υδραυλική αγωγιμότητα όσο και η υδραυλική χωρητικότητα εξαρτώνται από το περιεχόμενο εδαφικό νερό ή το φορτίο πίεσης (Αντωνόπουλος, 1999). Εάν σε όλα αυτά συμπεριληφθεί η ετερογένεια και ανισοτροπία του εδάφους, η υστέρηση στη χαρακτηριστική καμπύλη καθώς και η εξάρτηση των υδραυλικών ιδιοτήτων από τη θερμοκρασία και τη συγκέντρωση των αλάτων του εφαρμοζόμενου νερού στο έδαφος, γίνεται εύκολα αντιληπτό ότι οι συγκεκριμένες εξισώσεις δεν έχουν γενική αναλυτική λύση. Οπότε αναγκαία είναι η προσφυγή σε αριθμητικές μεθόδους επίλυσης μερικών διαφορικών εξισώσεων.

*Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών.*

Είναι ίσως η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη αριθμητική μέθοδος για την επίλυση των διαφορικών εξισώσεων της δυναμικής του νερού σε εδάφη μεταβαλλόμενου κορεσμού. Βασική αρχή της μεθόδου είναι η αντικατάσταση των μερικών παραγώγων από εξισώσεις διαφορών, που προκύπτουν από την ανάπτυξη της εξαρτημένης μεταβλητής σε σειρές Taylor, πάνω σε έναν υπολογιστικό κανάβο με άξονες τις χωρικές και τις χρονικές διαστάσεις του προς επίλυση προβλήματος. Η εξισώσεις διαφορών που προκύπτουν οδηγούν σε συστήματα εξισώσεων, με αγνώστους τις τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής στους κόμβους του κανάβου (π.χ. Hanks and Bowers, 1962 ,

Rubin and Steinhardt, 1963 , Hornung and Messing, 1981, Redinger et al., 1984 , Celia et al., 1990 , Ross, 1990 , Babajimopoulos et al., 1995, Pan et al., 1996 , van Dam and Feddes, 2000 , Graham and Kilde, 2002 , Gong et al., 2006).

Η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών πλεονεκτεί έναντι των άλλων αριθμητικών μεθόδων στην ευκολία εφαρμογής της, μιας και δεν απαιτούνται για τη χρήση της ιδιαίτερες μαθηματικές γνώσεις. Αδυνατεί όμως να εφαρμοστεί σε περιοχές με ακανόνιστα όρια αλλά και στην περιγραφή οριακών συνθηκών 3<sup>ου</sup> είδους, καθιστώντας την μέθοδο δύσχρηστη και αναποτελεσματική σε προβλήματα πολλών διαστάσεων αλλά και σε προβλήματα μεταφοράς μάζας (Αντωνόπουλος 2003).

#### *Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων*

Η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων είναι μία μέθοδος που αναπτύχθηκε πιο πρόσφατα από ότι η μέθοδος των πεπερασμένων διαφορών και είναι φυσική επέκταση της μητρωϊκής ανάλυσης κατασκευών.

Με τη μέθοδο αυτή η εξαρτημένη μεταβλητή προσεγγίζεται από μία πεπερασμένη σειρά συναρτήσεων παρεμβολής που ονομάζονται συναρτήσεις μορφής ή βάσης. Η δοκιμαστική αυτή προσεγγιστική συνάρτηση αντικαθίσταται στη διαφορική εξίσωση και τα υπόλοιπα που προκύπτουν ελαχιστοποιούνται με τη βοήθεια των θεωρημάτων στάθμισης των υπολοίπων. Οι ολοκληρωματικές εξισώσεις που προκύπτουν υπολογίζονται για όλη την περιοχή λύσης και τα συστήματα εξισώσεων που προκύπτουν υπολογίζονται με μεθόδους της αριθμητικής ανάλυσης.

#### **4.2. Διακριτοποίηση της εξίσωσης ροής.**

Η προς επίλυση εξίσωση ροής (3.1) για επίπεδη συμμετρία και για φυτοκαλυμμένο έδαφος, γράφεται:

$$C(H) \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K(H) \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(H) \left( \frac{\partial H}{\partial z} - 1 \right) \right) - S(H, z) \quad (4.1)$$

Η λύση της εξίσωσης (4.1) είναι μια αλγεβρική έκφραση του φορτίου  $H(x, z, t)$  τέτοια ώστε να ικανοποιεί την εξίσωση και τις οριακές συνθήκες. Επειδή σε πολύ λίγες περιπτώσεις είναι δυνατή η αναλυτική λύση της εξίσωσης (4.1), χρησιμοποιούνται



διάφορες αριθμητικές μέθοδοι για την εύρεση προσεγγιστικών λύσεων, με πιο διαδεδομένες τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών, η οποία και χρησιμοποιείται στην παρούσα εργασία, και τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.

Με τη μέθοδο των πεπερασμένων διαφορών το συνεχές σύστημα που περιγράφεται από την εξίσωση (4.1) αντικαθίσταται από ένα πεπερασμένο αριθμό σημείων στο χώρο και το χρόνο και οι μερικές παράγωγοι αντικαθίστανται από όρους που υπολογίζονται από τις διαφορές φορτίου στα σημεία αυτά. Η διαδικασία καταλήγει σε ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων, η επίλυση του οποίου παρέχει τιμές φορτίου στα συγκεκριμένα χωρικά και χρονικά σημεία. Οι τιμές αυτές αποτελούν μια προσέγγιση της αναλυτικής λύσης της μερικής διαφορικής εξίσωσης (4.1). Για την εφαρμογή της αριθμητικής μεθόδου είναι απαραίτητα ένα δίκτυο υπολογισμών το οποίο αποτελείται από κόμβους. Στα δίκτυα πεπερασμένων διαφορών οι κόμβοι βρίσκονται είτε στα κέντρα των αντίστοιχων κελιών είτε στις κορυφές τους. Η περιοχή ροής που ορίστηκε προηγουμένως (Κεφάλαιο 3), διαιρείται σε ένα δικτυωτό πλέγμα ορθογωνίων με πλευρές  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  ( $\Delta x = \Delta z = 2\text{cm}$ ) (Σχήμα 4-1). Τα μήκη  $x$  και  $z(t)$  διαιρούνται επίσης σε  $n$  και  $m$  τμήματα, τέτοια ώστε οι αριθμοί  $n$  και  $m$  να είναι ακέραιοι. Οι κόμβοι της θεωρούμενης περιοχής συμπληρώνονται από μια σειρά  $n$  φανταστικών κόμβων που επιτρέπουν την έκφραση των οριακών συνθηκών με πεπερασμένες διαφορές.

### 4.3. Μέθοδος επίλυσης.

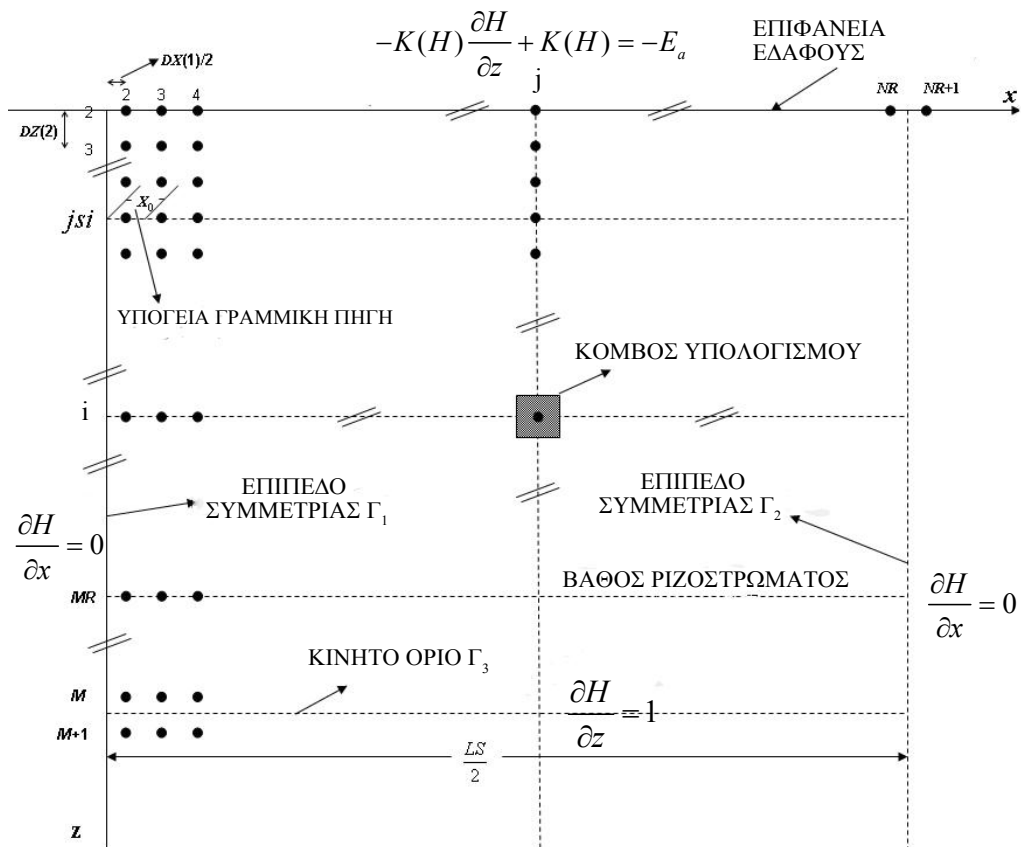
Οι μέθοδοι αριθμητικής επίλυσης χωρίζονται γενικά σε δύο κατηγορίες, τις άμεσες και τις έμμεσες ή επαναληπτικές. Άμεσες λέγονται εκείνες οι οποίες επιλύουν ένα σύστημα αλγεβρικών εξισώσεων με έναν αλγόριθμο που οδηγεί απευθείας στη λύση του συστήματος. Το βασικό μειονέκτημα αυτών των μεθόδων είναι τα σφάλματα στρογγυλοποίησης που υπεισέρχονται κατά τη διάρκεια των υπολογισμών, τα οποία μπορεί να είναι πολύ σημαντικά όταν επιλύεται ένα μεγάλο σύστημα εξισώσεων με αποτέλεσμα η τελική λύση να απέχει σημαντικά από την πραγματική.

Οι έμμεσες μέθοδοι επιλύουν το σύστημα των εξισώσεων μέσω διαδοχικών προσεγγιστικών λύσεων. Κάθε προσεγγιστική λύση καλείται επανάληψη και χρησιμοποιείται για τη βελτίωση της ακρίβειας της λύσης. Το πλεονέκτημα των μεθόδων αυτών είναι ότι το σφάλμα δεν είναι αθροιστικό και εφόσον η μέθοδος

συγκλίνει στη σωστή λύση η ακρίβεια της τελικής λύσης εξαρτάται μόνο από το χρησιμοποιούμενο κριτήριο σύγκλισης.

Ο χρόνος εκτέλεσης και η απαιτούμενη υπολογιστική μνήμη και για τις δύο κατηγορίες μεθόδων εξαρτώνται από τη γραμμικότητα ή μη των εξισώσεων που επιλύονται και το μέγεθος του δικτύου υπολογισμών. Το σύστημα των εξισώσεων της ροής είναι μη γραμμικό όταν κάποιοι από τους όρους στον πίνακα των συντελεστών του φορτίου ή και στο διάνυσμα των σταθερών όρων εξαρτώνται από το φορτίο. Το μέγεθος του δικτύου υπολογισμών είναι επίσης καθοριστικό για το χρόνο εκτέλεσης και την απαιτούμενη υπολογιστική μνήμη. Οι άμεσες μέθοδοι επηρεάζονται πολύ περισσότερο σε σχέση με τις έμμεσες από την αύξηση των διαστάσεων του πλέγματος υπολογισμών

Για την επίλυση της εξίσωσης χρησιμοποιήθηκε η πεπλεγμένη μέθοδος εναλλασσόμενων διευθύνσεων (Alternating Direction Implicit Method - A.D.I.). Η μέθοδος αυτή απαιτεί τη συμπλήρωση δυο βημάτων χρόνου για ένα πλήρη κύκλο εφαρμογής. Ένα πρώτο βήμα γίνεται από το επίπεδο χρόνου ( $k$ ) στο επίπεδο χρόνου ( $k+1$ ) μέσω μιας κατακόρυφης «σάρωσης» (vertical sweeping). Το δεύτερο βήμα από το επίπεδο χρόνου ( $k+1$ ) στο επίπεδο χρόνου ( $k+2$ ) γίνεται μέσω μιας οριζόντιας «σάρωσης» (horizontal sweeping). Ο κύκλος αυτός των δυο βημάτων επαναλαμβάνεται μέχρι να συμπληρωθεί ο χρόνος υπολογισμού  $t_{\max}$ . Η αντιμετώπιση της μη γραμμικότητας γίνεται ως εξής: οι εξισώσεις γραμμικοποιούνται χρησιμοποιώντας για τον υπολογισμό των μη γραμμικών όρων την τιμή του φορτίου από το προηγούμενο χρονικό βήμα και το νέο σύστημα των εξισώσεων επιλύεται ως γραμμικό.



#### 4.4 Κατακόρυφη σάρωση.

Για να προχωρήσουμε από το επίπεδο χρόνου  $(k)$  στο επίπεδο χρόνου  $(k+1)$  θεωρούμε ότι οι παράγωγοι του ύψους πίεσης  $H$  ως προς τη διεύθυνση  $z$ , είναι εκφράσεις όπου το  $H_{i,j}$  είναι άγνωστο (fully implicit), ενώ οι παράγωγοι ως προς τη διεύθυνση  $x$ , είναι εκφράσεις όπου το ύψους πίεσης  $H_{i,j}$  είναι γνωστό (fully explicit).

Σε αυτό το βήμα εφαρμογής της μεθόδου ADI (κατακόρυφη σάρωση) αντικαθιστούμε την παράγωγο δεύτερης τάξης ως προς  $z$  με μία πεπλεγμένη προσέγγιση διαφορών από άγνωστες τιμές του  $H$  στο  $(k+1)$  επίπεδο χρόνου ενώ την παράγωγο δεύτερης τάξης ως προς  $x$ , την αντικαθιστούμε με μία ρητή προσέγγιση

διαφορών από γνωστές τιμές του  $H$  στο αρχικό επίπεδο χρόνου ( $k$ ). Για το πρώτο βήμα, από τον αρχικό χρόνο  $t = k\Delta t$  στο χρόνο  $t = (k+1)\Delta t$ , η διακριτική μορφή της εξίσωσης (4.1) θα είναι:

$$\begin{aligned}
C_i^k \frac{H_{i,j}^{k+1} - H_{i,j}^k}{\Delta t} &= \frac{2}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \left[ K_{i,j+1/2}^k \left( \frac{H_{i,j+1}^k - H_{i,j}^k}{\Delta X(J)} \right) - K_{i,j-1/2}^k \left( \frac{H_{i,j}^k - H_{i,j-1}^k}{\Delta X(J-1)} \right) \right] + \\
&+ \frac{2}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \left[ K_{i+1/2,j}^k \left( \frac{H_{i+1,j}^{k+1} - H_{i,j}^{k+1}}{\Delta Z(I)} - 1 \right) - K_{i-1/2,j}^k \left( \frac{H_{i,j}^{k+1} - H_{i-1,j}^k}{\Delta Z(I-1)} - 1 \right) \right] - S_{i,j}^k + W_{i,j}
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Μετά την διευθέτηση των αγνώστων στην εξίσωση (4.2), καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση, η οποία αντιστοιχεί στην κατακόρυφη στήλη  $j$  ( $i = 2, 3, \dots, M$ ,  $j =$  σταθερό) (σχήμα 4-1) :

$$\begin{aligned}
&\left( -\frac{2K_{i-1/2,j}^k}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I-1)} \right) H_{i-1,j}^{k+1} + \\
&\left( \frac{C_i^k}{\Delta t} + \frac{2K_{i+1/2,j}^k}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I)} + \frac{2K_{i-1/2,j}^k}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I-1)} \right) H_{i,j}^{k+1} + \\
&\left( -\frac{2K_{i+1/2,j}^k}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I)} \right) H_{i+1,j}^{k+1} = \\
&\left( \frac{2K_{i,j-1/2}^k}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} \right) H_{i,j-1}^k + \\
&\left( \frac{C_i^k}{\Delta t} - \frac{2K_{i,j+1/2}^k}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} - \frac{2K_{i,j-1/2}^k}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J-1)} \right) H_{i,j}^k + \\
&\left( \frac{2K_{i,j+1/2}^k}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} \right) H_{i,j+1}^k + \frac{2(K_{i-1/2,j}^k - K_{i+1/2,j}^k)}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} - S_{i,j}^k + W_{i,j}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Θέτοντας:

$$\begin{aligned}
A_{i,j} &= \left( -\frac{2K_{i-1/2,j}^k}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I-1)} \right) \\
B_{i,j} &= \left( \frac{C_i^k}{\Delta t} + \frac{2K_{i+1/2,j}^k}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I)} + \frac{2K_{i-1/2,j}^k}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I-1)} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
D_{i,j} &= \left( -\frac{2K_{i+1/2,j}^k}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I)} \right) \\
F_{i,j} &= \left( \frac{2K_{i,j-1/2}^k}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} \right) H_{i,j-1}^k + \left( \frac{2K_{i,j+1/2}^k}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} \right) H_{i,j+1}^k + \\
&\left( \frac{C_i^k}{\Delta t} - \frac{2K_{i,j+1/2}^k}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} - \frac{2K_{i,j-1/2}^k}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J-1)} \right) H_{i,j}^k + \\
&\frac{2(K_{i-1/2,j}^k - K_{i+1/2,j}^k)}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} - S_{i,j}^k + W_{i,j}
\end{aligned} \tag{4.4}$$

η εξίσωση (4.3) γίνεται:

$$A_{i,j} H_{i-1,j}^{k+1} + B_{i,j} H_{i,j}^{k+1} + D_{i,j} H_{i+1,j}^{k+1} = F_{i,j} \tag{4.5}$$

Η εξίσωση (4.5) είναι η βασική εξίσωση ενός τριδιαγωνικού συστήματος εξισώσεων, το οποίο μπορεί να επιλυθεί με τον αλγόριθμο του *Thomas* (παράρτημα 1).

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (4.5) στα οριακά σημεία  $(2, j)$  και  $(M, j)$  και λαμβάνοντας υπόψη τις οριακές συνθήκες, οι οποίες είναι διαφορετικές ανάλογα με την περίπτωση, παίρνουμε:

$$i=2 \quad B_{2,j} H_{2,j}^{k+1} + D_{2,j} H_{3,j}^{k+1} = F_{2,j} \tag{4.6}$$

$$i=M \quad A_{M,j} H_{M-1,j}^{k+1} + B_{M,j} H_{M,j}^{k+1} = F_{M,j} \tag{4.7}$$

Θέτοντας ως  $T$  ένα τριδιαγώνιο μητρώο με μέγεθος  $(M-1) \times (M-1)$  που ορίζεται ως εξής:

$$\begin{bmatrix}
B_{2,j} & D_{2,j} & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
A_{3,j} & B_{3,j} & D_{3,j} & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\
0 & A_{4,j} & B_{4,j} & D_{4,j} & 0 & \dots & \dots & 0 \\
\vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
\vdots & 0 & 0 & A_{i,j} & B_{i,j} & C_{i,j} & \dots & 0 \\
\vdots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
0 & 0 & \dots & \dots & \dots & A_{M-1,j} & B_{M-1,j} & D_{M-1,j} \\
0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & A_{M,j} & B_{M,j}
\end{bmatrix} \tag{4.8}$$

το σύνολο των αντίστοιχων εξισώσεων σε όλους τους κόμβους της κατακόρυφης στήλης  $i$ , γράφεται υπό μορφή μητρώων:

$$[T]\{H^{k+1}\} = \{F\} \quad (4.9)$$

όπου  $\{H^{k+1}\}$  είναι το μητρώο που εκφράζει τις άγνωστες τιμές του φορτίου πίεσης στους κόμβους του δικτύου κατά την κατακόρυφη διεύθυνση και  $\{F\}$  το μητρώο των σταθερών όρων.

Το σύνολο των κατ' αυτό τον τρόπο διακριτοποιημένων εξισώσεων σε όλα τα σημεία που βρίσκονται κάτω από την ίδια στήλη (σταθερή τιμή του  $j$ ), σχηματίζουν ένα γραμμικό σύστημα  $M-1$  τάξης. Σαρώνοντας κατ' αυτό τον τρόπο όλες τις στήλες τη μια μετά την άλλη μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές του  $H_{i,j}$  στο επίπεδο χρόνου  $(k+1)$ , με την επίλυση μιας σειράς  $N-1$  τριδιαγώνιων μητρώων.

#### 4.5. Οριζόντια σάρωση.

Για να προχωρήσουμε από το επίπεδο χρόνου  $(k+1)$  στο επίπεδο χρόνου  $(k+2)$  θεωρούμε ότι οι παράγωγοι της φορτίου πίεσης  $H$  ως προς τη διεύθυνση  $x$ , είναι εκφράσεις όπου το  $H_{i,j}$  είναι άγνωστο (fully implicit), ενώ οι παράγωγοι ως προς τη διεύθυνση  $z$ , είναι εκφράσεις όπου το  $H_{i,j}$  είναι γνωστό (fully explicit) από το προηγούμενο στάδιο. Για το δεύτερο βήμα, από τον χρόνο  $t = (k+1)\Delta t$  στον χρόνο  $t = (k+2)\Delta t$ , η διακριτική μορφή της εξίσωσης (4.1) θα είναι:

$$C_i^{k+1} \frac{H_{i,j}^{k+2} - H_{i,j}^{k+1}}{\Delta t} = \frac{2}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \left[ K_{i,j+1/2}^{k+1} \left( \frac{H_{i,j+1}^{k+2} - H_{i,j}^{k+2}}{\Delta X(J)} \right) - K_{i,j-1/2}^{k+1} \left( \frac{H_{i,j}^{k+2} - H_{i,j-1}^{k+2}}{\Delta X(J-1)} \right) \right] + \frac{2}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \left[ K_{i+1/2,j}^{k+1} \left( \frac{H_{i+1,j}^{k+1} - H_{i,j}^{k+1}}{\Delta Z(I)} - 1 \right) - K_{i-1/2,j}^{k+1} \left( \frac{H_{i,j}^{k+1} - H_{i-1,j}^{k+1}}{\Delta Z(I-1)} - 1 \right) \right] - S_{i,j}^{k+1} + W_{i,j} \quad (4.10)$$

Το σύνολο των κατ' αυτό τον τρόπο διακριτοποιημένων εξισώσεων σε όλα τα σημεία που βρίσκονται στην ίδια γραμμή (σταθερή τιμή του  $i$ ), σχηματίζουν ένα γραμμικό σύστημα  $N-1$  τάξης. Σαρώνοντας κατ' αυτό τον τρόπο όλες τις γραμμές τη μια μετά την άλλη μπορούμε να υπολογίσουμε τις τιμές του  $H_{i,j}$  στο επίπεδο χρόνου  $(k+2)$ , με την επίλυση μιας σειράς  $M-1$  τριδιαγώνιων μητρώων.

Μετά τη διευθέτηση των αγνώστων στην εξίσωση (4.8), καταλήγουμε στην παρακάτω εξίσωση, η οποία αντιστοιχεί στην οριζόντια γραμμή  $i$  ( $i = \text{σταθερό}, j = 2, 3, \dots, N$ ) (σχήμα 4-1):

$$\begin{aligned}
& \left( \frac{2K_{i,j-1/2}^{k+1}}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J-1)} \right) H_{i,j-1}^{k+2} + \\
& \left( \frac{C_i^{k+1}}{\Delta t} - \frac{2K_{i,j+1/2}^{k+1}}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} - \frac{2K_{i,j-1/2}^{k+1}}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J-1)} \right) H_{i,j}^{k+2} \\
& \left( \frac{2K_{i,j+1/2}^{k+1}}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} \right) H_{i,j+1}^{k+2} = \\
& \left( \frac{2K_{i-1/2,j}^{k+1}}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I-1)} \right) H_{i-1,j}^{k+1} + \\
& \left( \frac{C_i^{k+1}}{\Delta t} - \frac{2K_{i+1/2,j}^{k+1}}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I)} - \frac{2K_{i-1/2,j}^{k+1}}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I-1)} \right) H_{i,j}^{k+1} + \\
& \left( \frac{2K_{i+1/2,j}^{k+1}}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I)} \right) H_{i+1,j}^{k+1} + \frac{2(K_{i-1/2,j}^{k+1} - K_{i+1/2,j}^{k+1})}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} - S_{i,j}^{k+1} + W_{i,j} \quad (4.11)
\end{aligned}$$

Θέτοντας:

$$\begin{aligned}
A_{i,j} &= \left( \frac{2K_{i,j-1/2}^{k+1}}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J-1)} \right) \\
B_{i,j} &= \left( \frac{C_i^{k+1}}{\Delta t} - \frac{2K_{i,j+1/2}^{k+1}}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} - \frac{2K_{i,j-1/2}^{k+1}}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J-1)} \right) \\
D_{i,j} &= \left( \frac{2K_{i,j+1/2}^{k+1}}{\Delta X(J-1) + \Delta X(J)} \frac{1}{\Delta X(J)} \right) \\
F_{i,j} &= \left( \frac{2K_{i-1/2,j}^{k+1}}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I-1)} \right) H_{i-1,j}^{k+1} + \left( \frac{2K_{i+1/2,j}^{k+1}}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I)} \right) H_{i+1,j}^{k+1} + \\
& + \left( \frac{C_i^{k+1}}{\Delta t} - \frac{2K_{i+1/2,j}^{k+1}}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I)} - \frac{2K_{i-1/2,j}^{k+1}}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} \frac{1}{\Delta Z(I-1)} \right) H_{i,j}^{k+1} + \\
& \frac{2(K_{i-1/2,j}^{k+1} - K_{i+1/2,j}^{k+1})}{\Delta Z(I) + \Delta Z(I-1)} - S_{i,j}^{k+1} + W_{i,j} \quad (4.12)
\end{aligned}$$

η εξίσωση (4.11) γίνεται:

$$A_{i,j}H_{i,j-1}^{k+2} + B_{i,j}H_{i,j}^{k+2} + D_{i,j}H_{i,j+1}^{k+2} = F_{i,j} \quad (4.13)$$

που όπως η (4.5) έτσι και η (4.13) οδηγεί σε ένα τριδιαγωνικό σύστημα εξισώσεων.

Εφαρμόζοντας την εξίσωση (4.13) στα οριακά σημεία  $(i, 2)$  και  $(i, N)$  και λαμβάνοντας υπόψη τις οριακές συνθήκες, οι οποίες είναι διαφορετικές ανάλογα με την περίπτωση, παίρνουμε:

$$j=2 \quad B_{i,2}H_{i,2}^{k+2} + D_{i,2}H_{i,3}^{k+2} = F_{i,2} \quad (4.14)$$

$$j=N \quad A_{i,N}H_{i,N-1}^{k+2} + B_{i,N}H_{i,N}^{k+2} = F_{i,j} \quad (4.15)$$

Θέτοντας ως  $T$  ένα τριδιαγώνιο μητρώο με μέγεθος  $(N-1) \times (N-1)$  που ορίζεται όπως ακριβώς από τη σχέση (4.8) το σύνολο των αντίστοιχων εξισώσεων σε όλους τους κόμβους της οριζόντιας γραμμής  $j$ , γράφεται υπό μορφή μητρώων:

$$[T]\{H^{k+2}\} = \{F\} \quad (4.16)$$

όπου  $\{H^{k+2}\}$  είναι το μητρώο που εκφράζει τις άγνωστες τιμές του φορτίου πίεσης στους κόμβους του δικτύου κατά την οριζόντια διεύθυνση.

#### 4.6. Κριτήρια εκλογής του βήματος διαστήματος και του χρονικού βήματος.

Ο περιορισμός του βήματος του διαστήματος και του βήματος του χρόνου, αποτελούν δύο από τους περιορισμούς του αριθμητικού μοντέλου. Η επιλογή του βήματος της χωρικής διακριτοποίησης παίζει σημαντικό ρόλο στο σχεδιασμό του δικτύου και στην ακρίβεια προσέγγισης την πραγματικής λύσης από την αριθμητική. Πρακτικά, πρέπει να επιλέξουμε τα βέλτιστα  $\Delta x$ ,  $\Delta z$ ,  $\Delta t$  βασιζόμενοι σε δυο αντιφατικούς περιορισμούς:

##### α) Υλικοί περιορισμοί

Αν επιλέξουμε δικτύωμα χώρου πολύ πυκνό, δηλαδή πολύ μικρά  $\Delta x$  και  $\Delta z$ , η μνήμη που απαιτείται μπορεί να ξεπεράσει τις δυνατότητες του υπολογιστή και να παρατείνει το χρόνο υπολογισμού, ενώ αν επιλέξουμε χρονικό βήμα ( $\Delta t$ ) υπερβολικά μικρό, το μοντέλο θα γινόταν απαγορευτικό σε υπολογιστικό χρόνο.

##### β) Αριθμητικοί περιορισμοί



Τα  $\Delta x$ ,  $\Delta z$  που θα επιλεγούν θα πρέπει να δίνουν ένα δικτύωμα χώρου ικανοποιητικά πυκνό ώστε να επιτρέπει ακριβή υπολογισμό της λύσης εκτός των κόμβων υπολογισμού. Η λύση αφορά στον υπολογισμό της ειδικής παροχής, του ισοζυγίου νερού, τις κατατομές υγρασίας και κάθε άλλη μεταβλητή που απαιτεί παρεμβολές.

#### 4.7. Διαδικασία αυτόματης μεταβολής του χρονικού βήματος.

Για να μειωθεί ο χρόνος εκτέλεσης (και συνεπώς το κόστος) του μοντέλου, βασιστήκαμε στον εμπειρικό τύπο που εφαρμόζεται στην περίπτωση μονοδιάστατης διήθησης (*Hanks and Bowers, 1962*), ώστε να ορίσουμε τη μεταβολή του χρονικού βήματος ( $\Delta t$ ) συναρτήσει της δυναμικής της διήθησης, ως εξής:

$$\Delta t_k = \frac{W \cdot \Delta \xi}{q_{\max}^k}, \quad \Delta \xi = \sqrt{\Delta x \cdot \Delta z} \quad (4.17)$$

όπου:  $q_{\max}^k$  είναι μέγιστη κατακόρυφη ειδική παροχή στο έδαφος στο χρόνο  $t_k$  και  $W$  είναι μία παράμετρος που εξαρτάται από το έδαφος και την παροχή  $q$ . Η εφαρμογή της εξίσωσης (4.17) έδειξε ότι αυτή ανταποκρίνεται αρκετά καλά στα κριτήρια της ελαχιστοποίησης του χρόνου υπολογισμού και της σταθερότητας, υπό τον όρο ότι το ποσοστό αύξησης του χρονικού βήματος να μην ξεπερνά το 10%, δηλαδή:

$$\Delta t_k \leq 1.1 \Delta t_{k-1} \quad (4.18)$$

Το ελάχιστο χρονικό βήμα υπολογίζεται από την εξίσωση (4.17), θέτοντας:

$$q_{\max}^k = K_s \frac{-H_i}{\Delta \xi} \quad (4.19)$$

$$\text{και είναι: } \Delta t_1 = \frac{W \cdot \Delta \xi^2}{K_s (-H_i)} \quad (4.20)$$

Λόγω της ισχυρής μη γραμμικότητας της εξίσωσης ροής (4.1), δεν υπάρχει κριτήριο για τη σταθερότητα της αριθμητικής λύσης με τη μέθοδο ADI. Η σύγκλιση και η ευστάθεια της αριθμητικής λύσης επιτυγχάνεται με δοκιμές διάφορων χρονικών βημάτων  $\Delta t$  και διαστημάτων  $\Delta x$ ,  $\Delta z$ . Για ένα δεδομένο δικτύωμα χώρου ( $\Delta x$ ,  $\Delta z$ ) υπάρχει προφανώς ένα βήμα χρόνου  $\Delta t_{\max}$  πέραν του οποίου η αριθμητική λύση

γίνεται ασταθής. Εκ των προτέρων, επιλέγεται το δικτύωμα χώρου ( $\Delta x$ ,  $\Delta z$ ) και χρησιμοποιείται μεταβαλλόμενο βήμα χρόνου  $\Delta t$ , προσέχοντας πάντα να ισχύει ότι:

$$\Delta t < \Delta t_{\max}, \text{ με } \Delta t_{\max} = \frac{W \cdot \Delta \xi}{q_{res}} \quad (4.21)$$

Ο έλεγχος της ευστάθειας γίνεται πιστοποιώντας ότι δεν εμφανίζονται αστάθειες φυσικά αδικαιολόγητες στις κατατομές υγρασίας.

#### 4.8. Σύγκλιση της αριθμητικής λύσης.

Ένας τρόπος ελέγχου της σύγκλισης της αριθμητικής λύσης είναι το κριτήριο του ισοζυγίου του όγκου. Έτσι, ο ολικός όγκος νερού που αποθηκεύεται στην εδαφική κατατομή μεταξύ της αρχικής στιγμής και της στιγμής  $t$  πρέπει να ισούται με το συνολικό όγκο του νερού που διατίθεται στην επιφάνεια του εδάφους.

Αν συμβολίσουμε με  $V_{calc}^t$  τον όγκο του νερού που αποθηκεύεται στην εδαφική κατατομή σε χρόνο  $t$ ,  $V_{inf}^t$  τον όγκο του νερού που διηθείται στο έδαφος,  $V_{epap}^t$  τον όγκο του νερού που εξατμίζεται από την επιφάνεια του εδάφους,  $V_{trans}^t$  τον όγκο του νερού που διαπνέουν τα φυτά και  $V_{out}^t$  τον όγκο του νερού που εξέρχεται από το κάτω όριο της περιοχής υπολογισμού, στον ίδιο χρόνο, τότε το σχετικό σφάλμα του μοντέλου (balance error) θα είναι:

$$BE(t) = \frac{V_{calc}^t + V_{epap}^t + V_{trans}^t + V_{out}^t}{V_{inf}^t} \quad (4.22)$$

ΕΠΙΔΡΑΣΗ ΤΩΝ ΥΔΡΑΥΛΙΚΩΝ ΙΔΙΟΤΗΤΩΝ ΤΟΥ ΕΔΑΦΟΥΣ ΚΑΙ ΤΗΣ ΠΑΡΟΧΗΣ ΣΤΗ ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΤΟΥ ΕΔΑΦΙΚΟΥ ΝΕΡΟΥ ΥΠΟ ΚΑΘΕΣΤΩΣ ΥΠΟΓΕΙΑΣ ΣΤΑΓΔΗΝ ΑΡΔΕΥΣΗΣ ΣΕ ΣΤΡΩΜΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟ ΕΔΑΦΟΣ

**5.1. Εισαγωγή.**

Εξαιτίας της υποβάθμισης, της ρύπανσης, της εξάντλησης των υδατικών αποθεμάτων σε παγκόσμια κλίμακα και του έντονου ανταγωνισμού μεταξύ των επιμέρους χρήσεων τους, η αύξηση της αποδοτικότητας άρδευσης με μεθόδους όπως η υπόγεια στάγδην άρδευση κρίνεται επιτακτική. Για την σωστή διαχείριση και λειτουργία ενός συστήματος υπόγεια στάγδην άρδευσης είναι απαραίτητη η γνώση της κατανομής του νερού γύρω από τους σταλακτήρες (σημειακή πηγή) ή κατά μήκος των σταλακτηφόρων σωλήνων (γραμμική πηγή). Η εξέλιξη του μετώπου διαβροχής είναι η σημαντικότερη παράμετρος που πρέπει να λαμβάνεται υπόψη στον σχεδιασμό των συστημάτων άρδευσης με σταγόνες καθώς αποτελεί τη βάση για τον καθορισμό της απόστασης μεταξύ των σταλακτάρων έτσι ώστε το κόστος κατασκευής του συστήματος να παραμένει χαμηλό και ταυτόχρονα οι απώλειες λόγω εξάτμισης από την επιφάνεια του εδάφους και βαθιάς διήθησης από το κάτω όριο του ριζοστρώματος, να ελαχιστοποιούνται παρέχοντας παράλληλα στα φυτά την απαραίτητη υγρασία για την ανάπτυξή τους.

Στην παρούσα εργασία χρησιμοποιήθηκε ένα αριθμητικό μοντέλο το οποίο προσομοιώνει τη διήθηση και ανακατανομή του νερού από γραμμική πηγή σε στρωματοποιημένο έδαφος. Οι προσομοιώσεις περιλαμβάνουν δύο παροχές άρδευσης, 1 και 2 l/h/m, εναλλαγή της αλληλουχίας των στρώσεων καθώς και την ύπαρξη ή μη καλλιέργειας. Ως απόσταση σταλακτηφόρων σωλήνων επιλέχθηκαν τα 60 cm, επειδή χρησιμοποιείται σε σύγχρονα συστήματα στάγδην άρδευσης. Η αξιολόγηση των αποτελεσμάτων έγινε με βάση το κριτήριο του ισοζυγίου όγκου του νερού το οποίο στο σύνολο των προσομοιώσεων κυμαίνονταν μεταξύ 0.06% και 1.52%. Το παρόν κεφαλαίο αποτελεί ένα αριθμητικό πείραμα το οποίο παρέχει λεπτομερείς πληροφορίες της επίδρασης των υδραυλικών ιδιοτήτων του εδάφους και της παροχής στην εξέλιξη

του μετώπου διαβροχής και στις απώλειες λόγω βαθιάς διήθησης, υπό καθεστώς στάγδην άρδευσης.

**Πίνακας 5-1.** Συνδυασμοί παροχής και διάρκειας άρδευσης.

παροχή (l/m/h)	Ισαποχή των γραμμών άρδευσης (cm)	διάρκεια άρδευσης, $t_i$ (h)	δόση άρδευσης (mm)
1	60	18	30
2	60	9	30

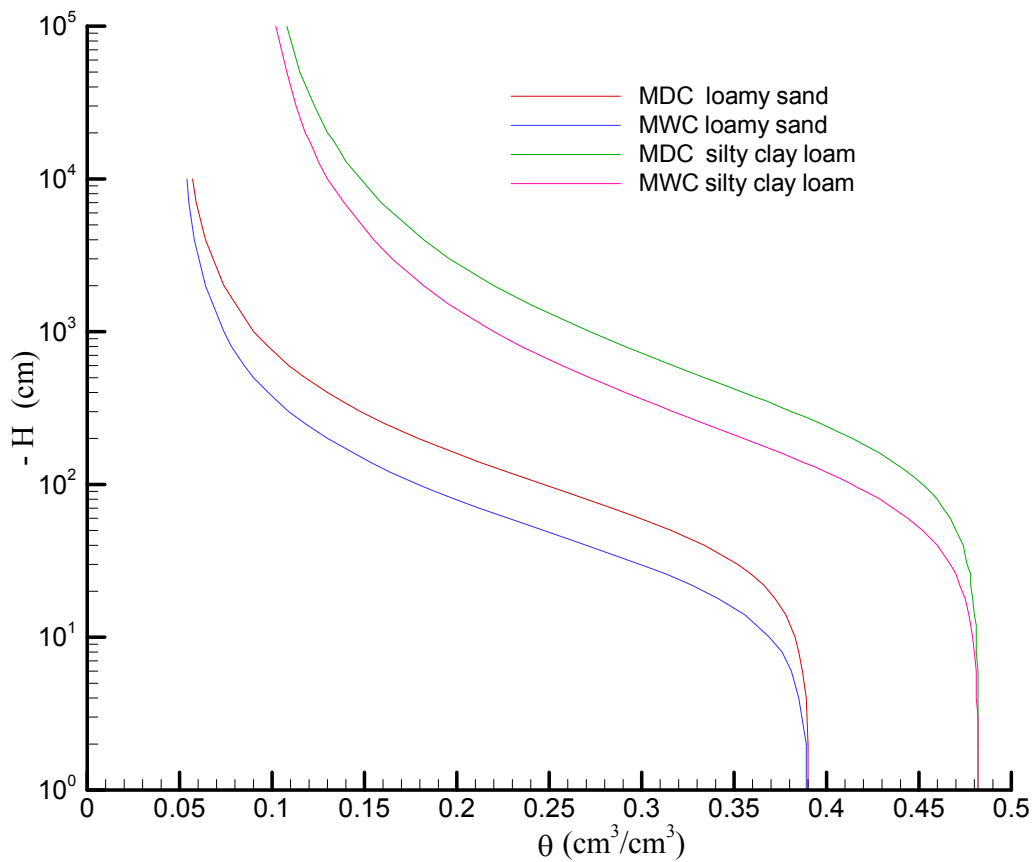
## 5.2. Μεθοδολογία.

Επιλέχθηκαν τα εδάφη loamy sand και silty clay loam από τη βάση δεδομένων Rosetta (Schaap and Leij, 1998) και επιλέχθηκαν οι μέσοι όροι τιμών για τις παραμέτρους της χαρακτηριστικής καμπύλης υγρασίας  $\Theta(H)$  και της ακόρεστης υδραυλικής αγωγιμότητας  $K(H)$ , σύμφωνα με τις σχέσεις του van Genuchten (1980) (εξισώσεις 3-7 και 3-9). Οι τιμές των παραμέτρων οι οποίες περιλαμβάνονται στις εξισώσεις του van Genuchten φαίνονται στον πίνακα 5-2. Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις 3-7, 3-9 και τις τιμές του πίνακα 5.2 υπολογίσθηκαν αριθμητικά και κατασκευάστηκαν οι γραφικές παραστάσεις των σχέσεων  $\Theta(H)$  και  $K(H)$ .

**Πίνακας 5-2.** Τιμές των παραμέτρων του μοντέλου του van Genuchten (1980).

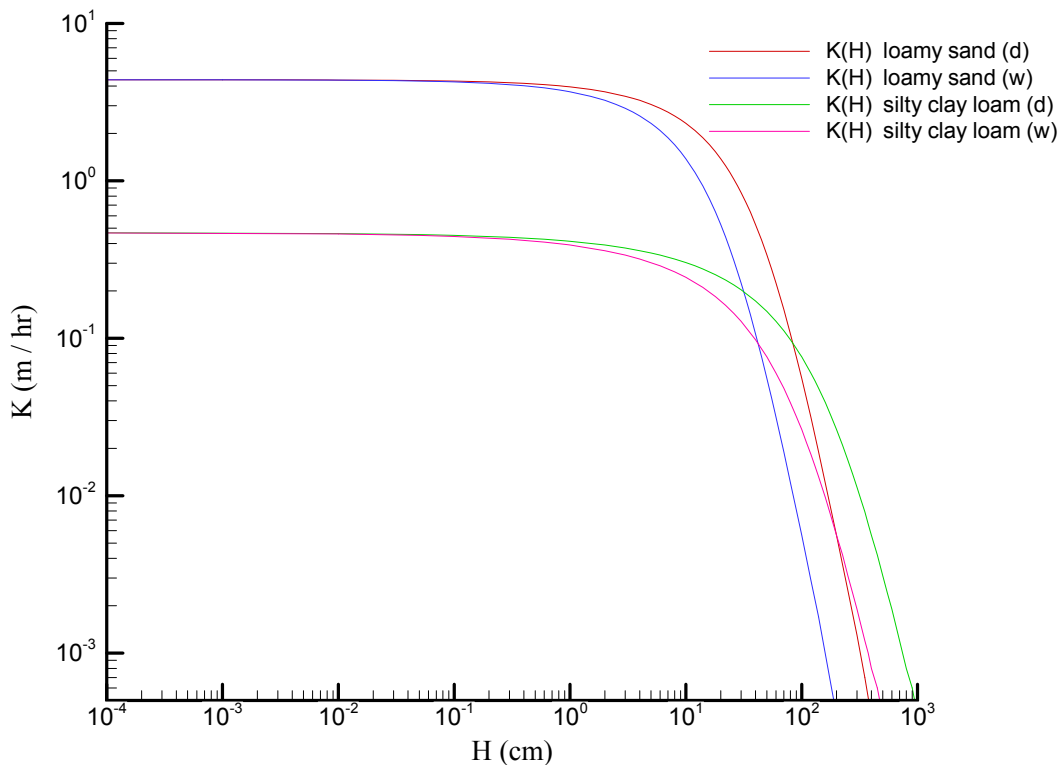
έδαφος	$\theta_s(\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	$\theta_r(\text{cm}^3 \cdot \text{cm}^{-3})$	$K_s(\text{cm} \cdot \text{h}^{-1})$	$a^d(\text{cm}^{-1})$	$a^w(\text{cm}^{-1})$	$n(-)$
loamy sand	0.390	0.049	4.383	0.017335	0.03467	1.7378
Silty clay loam	0.482	0.09	0.4675	0.004159	0.008318	1.5136

Στο σχήμα (5-1) παρουσιάζονται οι χαρακτηριστικές καμπύλες υγρασίας που προκύπτουν με διύγρανση και στράγγιση των δυο εδαφικών τύπων που χρησιμοποιήθηκαν στη προσομοίωση.



**Σχήμα 5-1.** Χαρακτηριστικές καμπύλες υγρασίες για τους δυο τύπους εδαφών (όπου MDC= κύρια καμπύλη στράγγισης και MWC= κύρια καμπύλη διύγρανσης).

Στο σχήμα (5.2) παρουσιάζονται οι καμπύλες της υδραυλικής αγωγιμότητας φορτίου πίεσης που προκύπτουν με διύγρανση και στράγγιση των δυο εδαφικών τύπων που χρησιμοποιήθηκαν στη προσομοίωση.



**Σχήμα 5-2.** Καμπύλες υδραυλικής αγωγιμότητας για τους δυο τύπους εδαφών.

Οι τιμές του φορτίου πίεσης στην επιφάνεια του εδάφους ελήφθησαν ίσες με -320 cm και -333 cm για την αλληλουχία loamy sand – silty clay loam και silty clay loam – loamy sand αντίστοιχα. Οι τιμές αυτές επιλέχτηκαν με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε στο χρόνο  $t = 0$ , και τα δύο εδάφη να έχουν την ίδια τιμή ενεργού βαθμού κορεσμού ( $S_e$ ) (εξίσωση 3.9).

Η διάρκεια της άρδευσης (δίνεται στο πίνακα 5-1) μπορεί να υπολογιστεί από την παρακάτω εξίσωση:

$$t_i = \frac{\text{δοση άρδευσης} \times \text{απόσταση των σταλακτηρων} \times \text{απόσταση των πλευρικών}}{\text{παροχή}}$$

Ο συνολικός χρόνος προσομοίωσης  $t_{end}$  ορίζεται ως ο χρόνος που χρειάζεται για να επανέλθει η μέση υγρασία στο ριζόστρωμα (από  $z = 0$  έως 60 cm) στην αρχική της τιμή.

### 5.3. Αποτελέσματα και ανάλυση.

Εξαιτίας της αρχικής συνθήκης υδροστατικής ισορροπίας η αρχική υγρασία σε κάθε στρώση αυξάνεται με το βάθος για όλα τα εξεταζόμενα σενάρια (σχήματα 5.1-5.8). Από τα σχήματα 5-1 και 5-2 παρατηρούμε ότι για χρόνο ίσο με το χρόνο άρδευσης ( $t = t_i$ ) η εδαφική υγρασία στη στάθμη που βρίσκεται ο σταλακτηφόρος σωλήνας (20 cm) καθώς επίσης και κάτω από τη διαχωριστική επιφάνεια (31 cm) αυξάνεται. Η αύξηση είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση της μεγαλύτερης παροχής 2 l/m/h. Στη φάση της ανακατανομής ( $t > t_i$ ) η εδαφική υγρασία μειώνεται πολύ περισσότερο στην πάνω στρώση εξαιτίας κυρίως της πρόσληψης του νερού από τις ρίζες των φυτών. Από τα ίδια σχήματα παρατηρούμε ότι για χρόνο ίσο με το εύρος άρδευσης ( $t = t_{end}$ ) οι κατατομές της εδαφικής υγρασίας και στις τρεις αποστάσεις από το σταλακτηφόρο σωλήνα είναι ίδιες και για τις δύο παροχές. Τέλος από τα σχήματα 5-1 και 5-2 παρατηρούμε τη μέγιστη τιμή της εδαφικής υγρασίας της πρώτης στρώσης στη στάθμη που βρίσκεται ο σταλακτηφόρος σωλήνας (20 cm). Η μέγιστη αυτή τιμή και για τις δυο παροχές είναι μικρότερη της  $\theta_s$  του εδάφους loamy sand.

Οι ίδιες ακριβώς παρατηρήσεις μπορούν να γίνουν και για τα σχήματα 5-3 και 5-4.

Συγκρίνοντας τώρα τα σχήματα 5-1, 5-2, 5-3 και 5-4 παρατηρούμε ότι για  $t > t_i$  (φάση της ανακατανομής στην περίπτωση της αλληλουχίας loamy sand – silty clay loam το φυτό αντλεί νερό ως επί το πλείστον από την πάνω στρώση ενώ στην περίπτωση της αλληλουχίας silty clay loam – loamy sand το φυτό αντλεί ικανοποιητικά και από τις δύο στρώσεις με τη εδαφική υγρασία στη δεύτερη στρώση να μειώνεται αρκετά κάτω από την αρχική της τιμή. Από τα ίδια σχήματα παρατηρούμε για χρόνο  $t = t_{end}$  οι απώλειες λόγω βαθιάς διήθησης και για τις δυο αλληλουχίες και τις δυο παροχές είναι ελάχιστες.

Μια άλλη παρατήρηση που μπορούμε να κάνουμε από τα σχήματα 5-1 έως 5-4 είναι ότι η διαχωριστική επιφάνεια λειτουργεί σαν «φράγμα» που δεν επιτρέπει τη διήθηση του νερού σε βαθύτερα στρώματα. Αύξηση της παροχής προκαλεί αύξηση της εδαφικής υγρασίας της πρώτης στρώσης στην οποία βρίσκεται ο σταλακτηφόρος σωλήνας.

Ένα άλλο συμπέρασμα που μπορεί να βγάλει κάποιος από τα σχήματα 5-1 έως 5-4 είναι ότι το εύρος άρδευσης είναι ανεξάρτητο από την παροχή του σταλακτηφόρου και την αλληλουχία των στρώσεων αρκεί η δόση άρδευσης να είναι σταθερή.

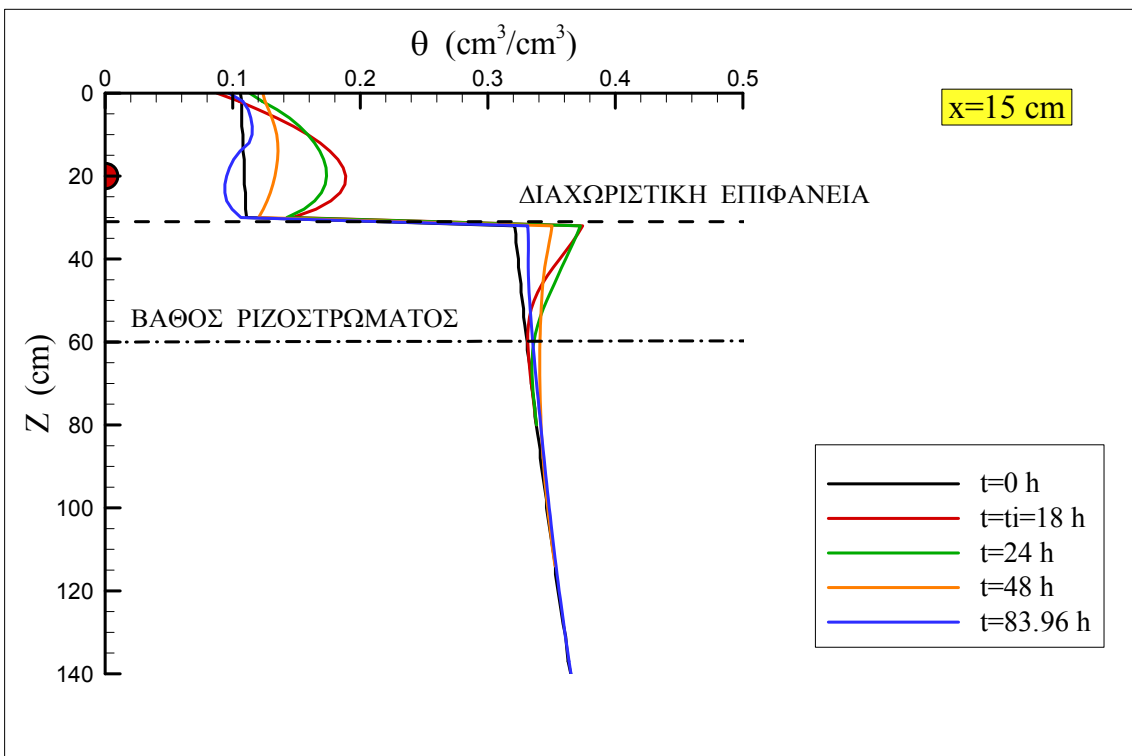
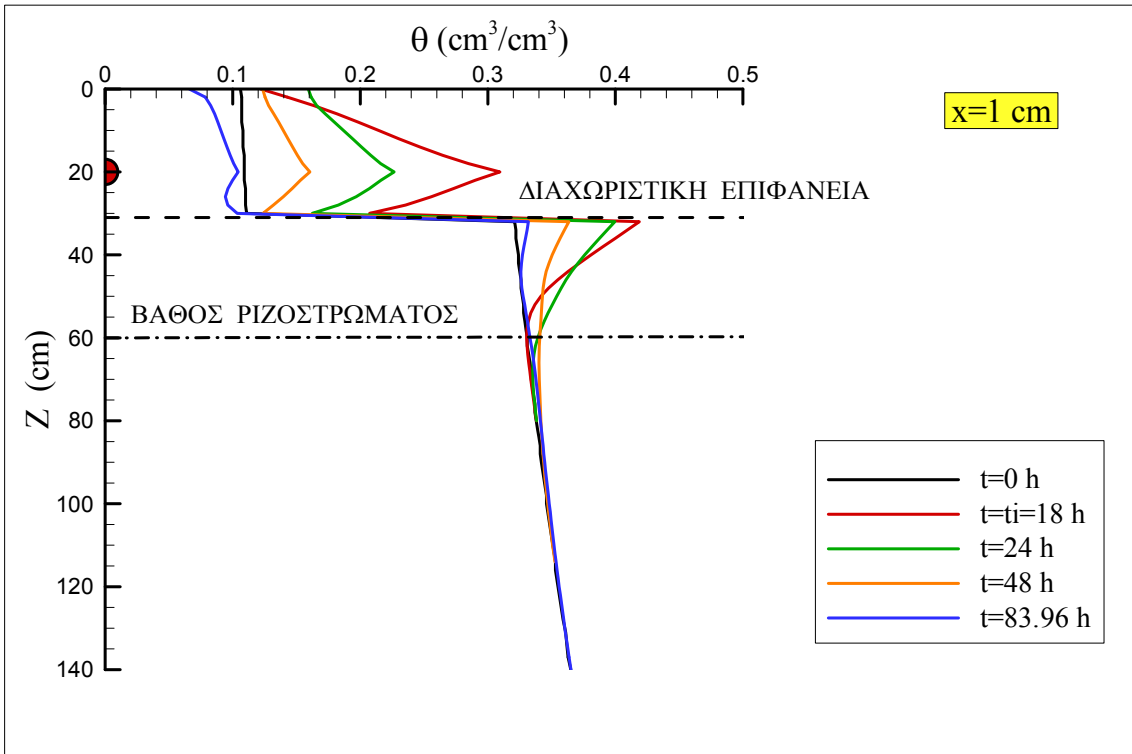
Στην περίπτωση των σχημάτων 5-5 έως 5-8 δεν έχουμε εξαμυσοδιαπνοή. Συγκρίνοντας τα σχήματα 5-5 έως 5-8 παρατηρούμε ότι για χρόνο  $t = t_i$  η εδαφική υγρασία στη στάθμη που βρίσκεται ο σταλακτηφόρος σωλήνας καθώς επίσης και κάτω από την διαχωριστική επιφάνεια αυξάνεται. Η αύξηση είναι μεγαλύτερη στην περίπτωση της μεγαλύτερης παροχής. Στην φάση της ανακατανομής ( $t > t_i$ ), η εδαφική υγρασία μειώνεται πολύ περισσότερο στην πάνω στρώση και λιγότερο στην κάτω λόγω της διήθησης του νερού της άνω στρώσης στην κάτω μέσω της διαχωριστικής επιφάνειας. Από τα ίδια σχήματα παρατηρούμε ότι για χρόνο  $t = 48h$  (μέγιστος χρόνος προσομοίωσης) οι κατατομές υγρασίας και στις 3 αποστάσεις από το σταλακτηφόρο σωλήνα είναι οι ίδιες και για τις δύο παροχές. Τέλος από τα σχήματα 5-5 και 5-6 παρατηρούμε τη μέγιστη τιμή της εδαφικής υγρασίας της πρώτης στρώσης στη στάθμη που βρίσκεται ο σταλακτηφόρος σωλήνας. Η μέγιστη αυτή τιμή και για τις δύο παροχές είναι μικρότερη της  $\theta_s$  του εδάφους loamy sand.

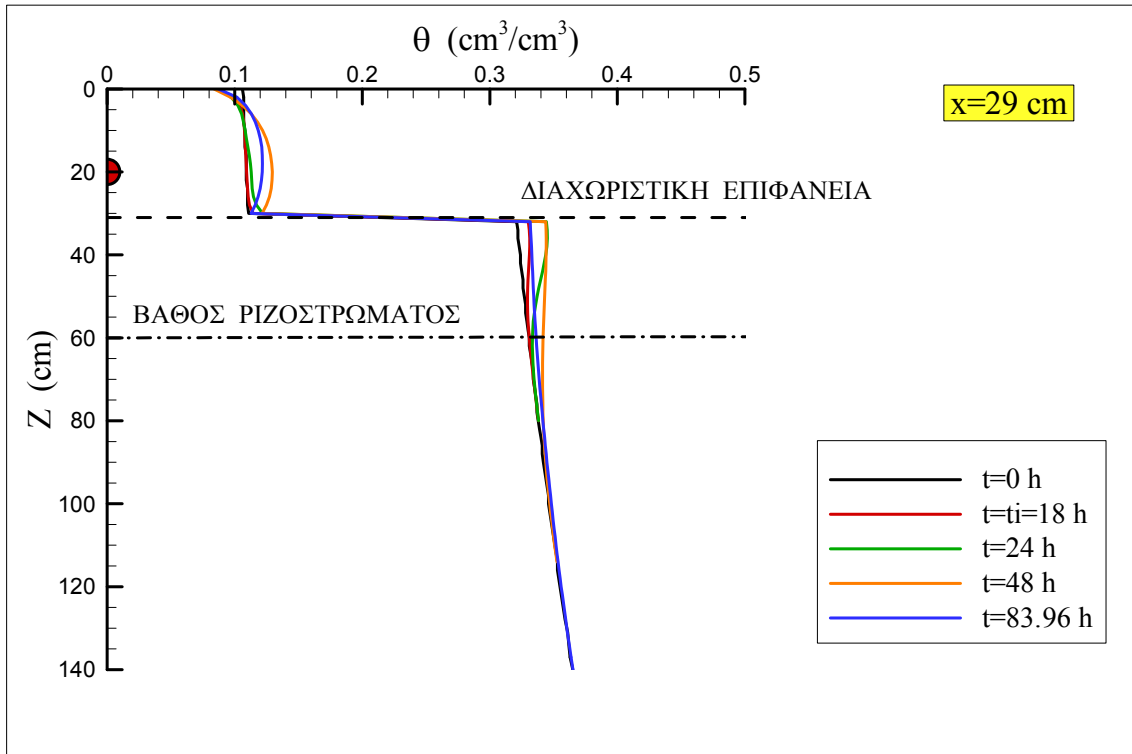
Τις ίδιες παρατηρήσεις μπορούμε να κάνουμε από τα σχήματα 5-7 και 5-8. Συγκρίνοντας τα σχήματα 5-5, 5-6 και 5-7, 5-8 παρατηρούμε ότι στην περίπτωση της αλληλουχίας loamy sand – silty clay loam το νερό διεισδύει σε μεγαλύτερο βάθος στο έδαφος (100 cm) από ότι στην αλληλουχία silty clay loam – loamy sand (50 cm). Δηλαδή η αλληλουχία χονδρόκοκκο – λεπτόκοκκο έδαφος συγκρατεί λιγότερο νερό στην πρώτη στρώση.

Τις ίδιες σε γενικές γραμμές παρατηρήσεις μπορεί να εξάγει κανείς από τα σχήματα 5-9 έως 5-12 όπου παρατηρούμε κατατομές φορτίου πίεσης κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού καθώς και από τα σχήματα 5-13 έως 5-20 όπου παρουσιάζονται οι ισοϋγρασιακές καμπύλες για τα αντίστοιχα με τα σχήματα 5-1 έως 5-8 σενάρια.

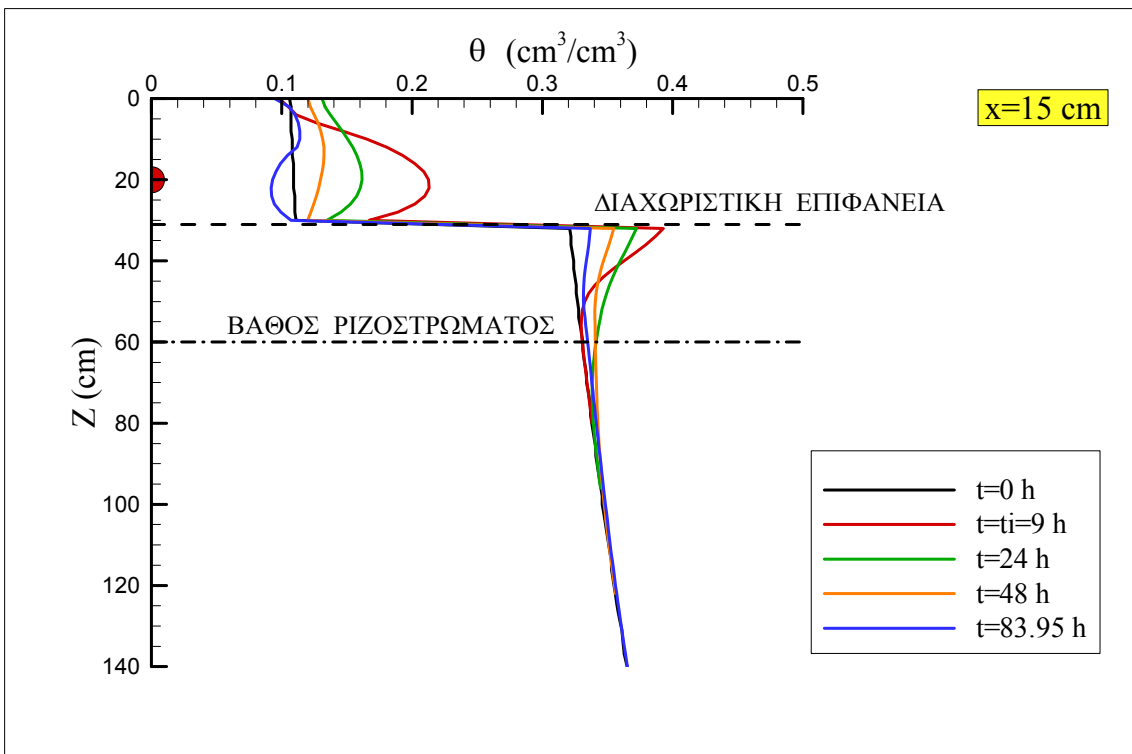
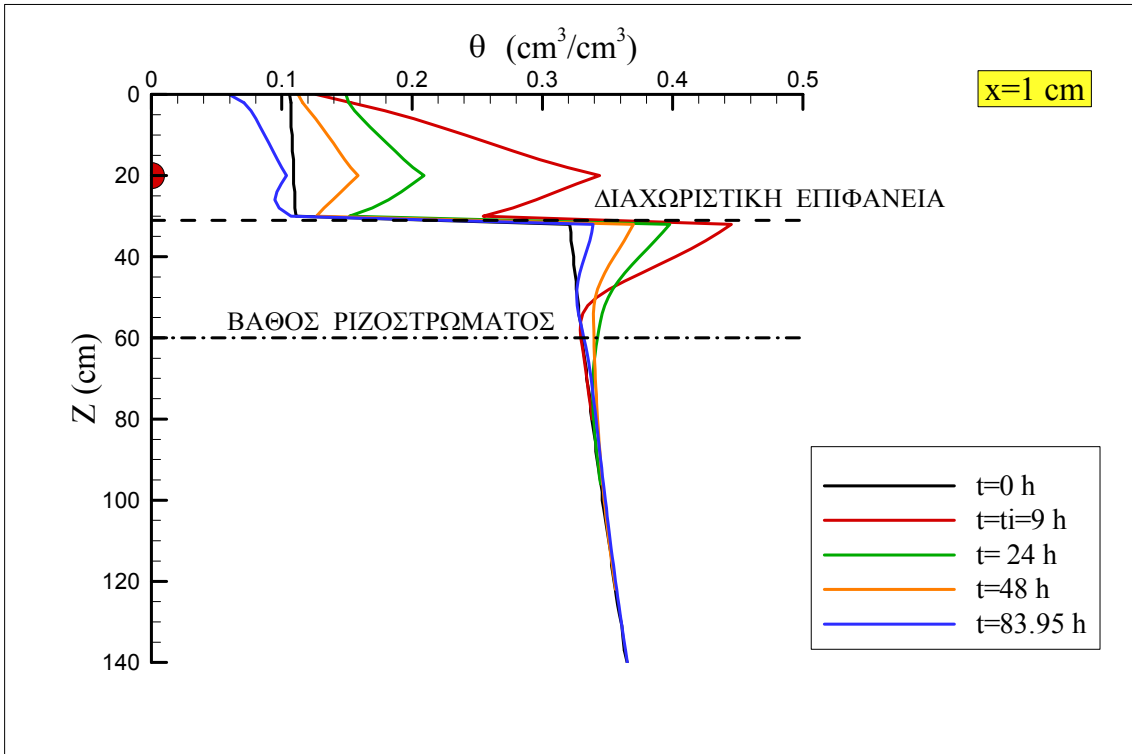


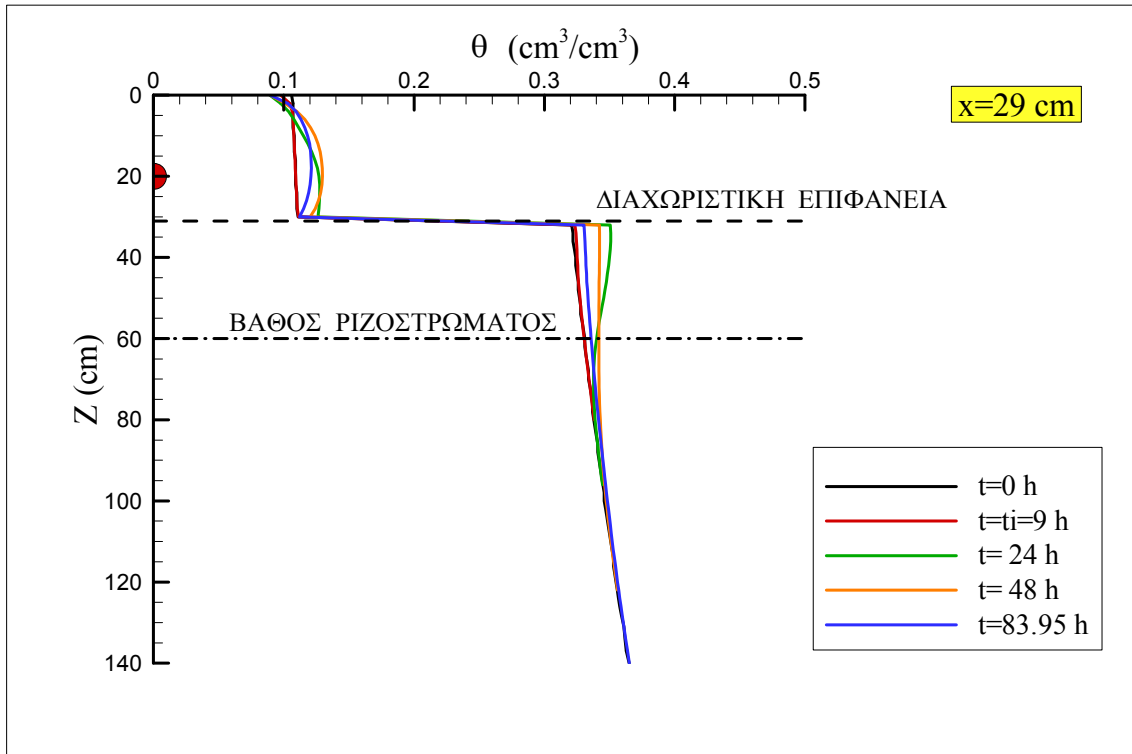
### **5.3.1 ΣΧΗΜΑΤΑ**



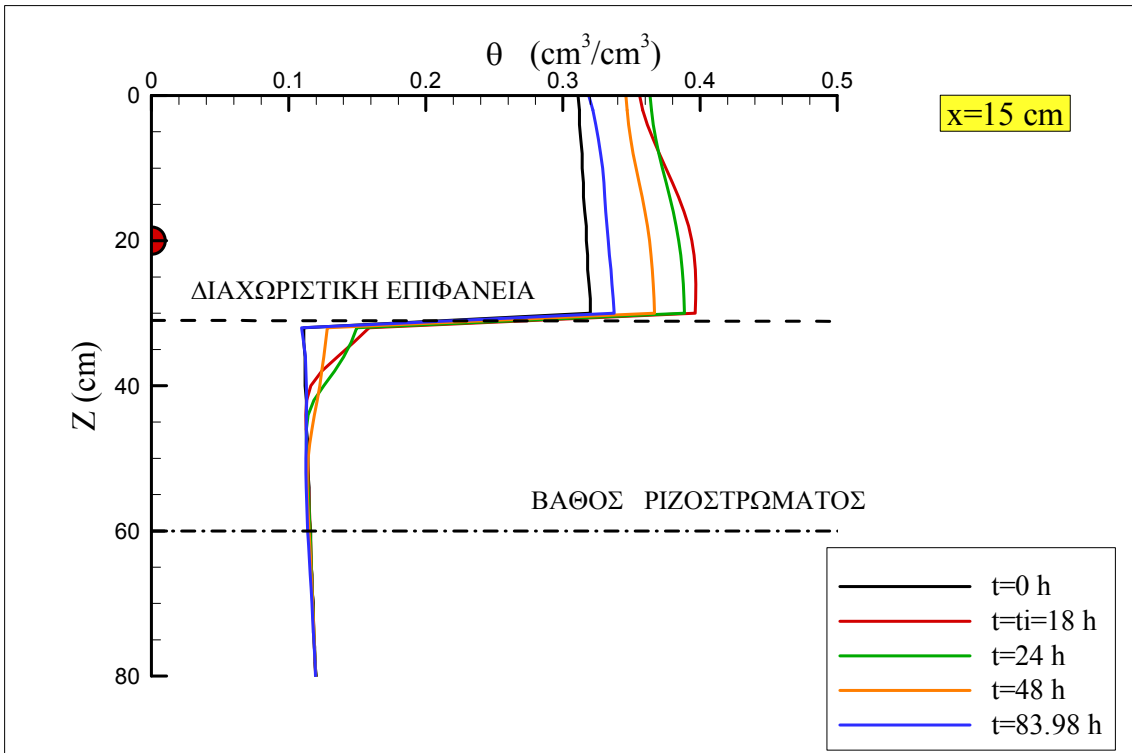
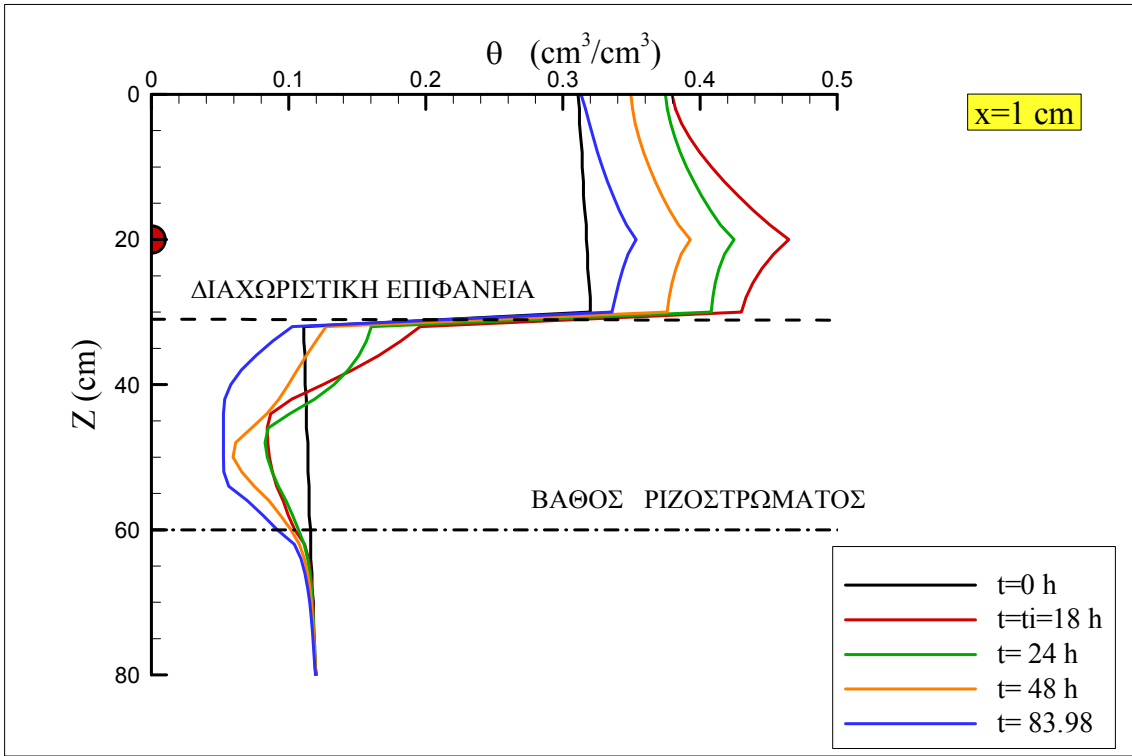


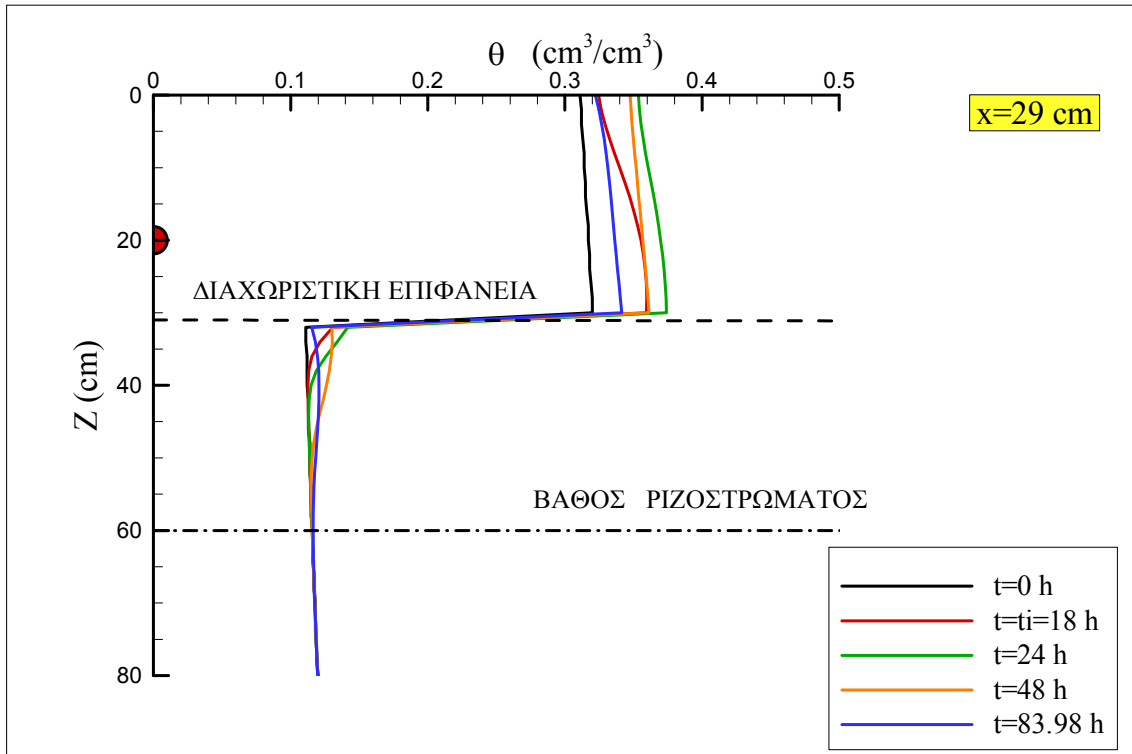
**Σχήμα 5-1.** Κατατομές εδαφικής υγρασίας κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε καλλιεργημένο έδαφος (παροχή:  $1 \text{ l/m/h}$ ), για την αλληλουχία εδαφών loamy sand – silty clay loam για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από τη γραμμική πηγή: (a)  $1 \text{ cm}$ , (b)  $15 \text{ cm}$ , (c)  $29 \text{ cm}$ .



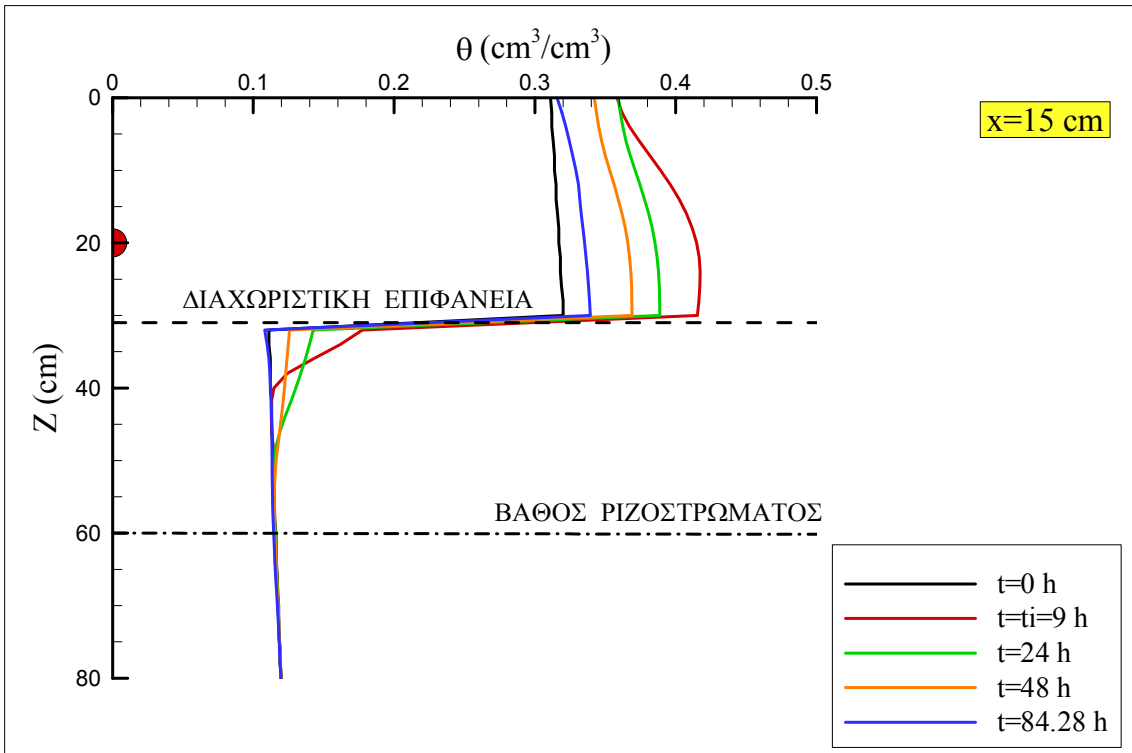
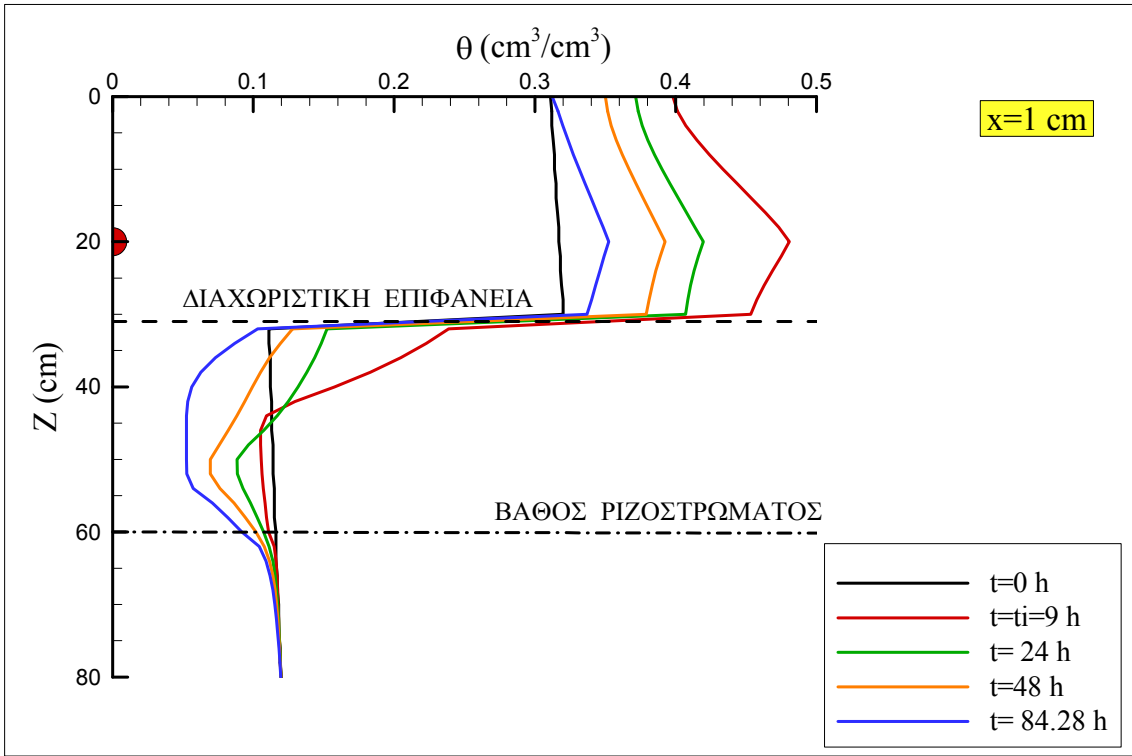


**Σχήμα 5-2.** Κατατομές εδαφικής υγρασίας κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε καλλιεργημένο έδαφος (παροχή:  $2 \text{ l}\cdot\text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ), για την αλληλουχία εδαφών loamy sand – silty clay loam για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από τη γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.

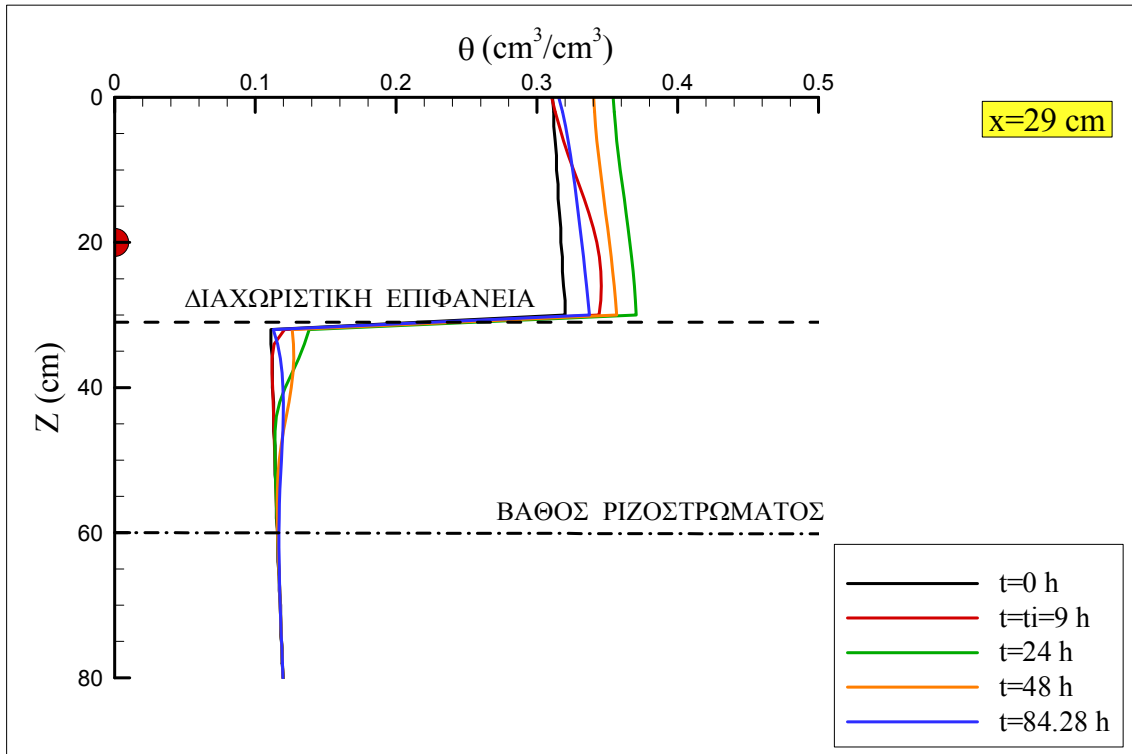




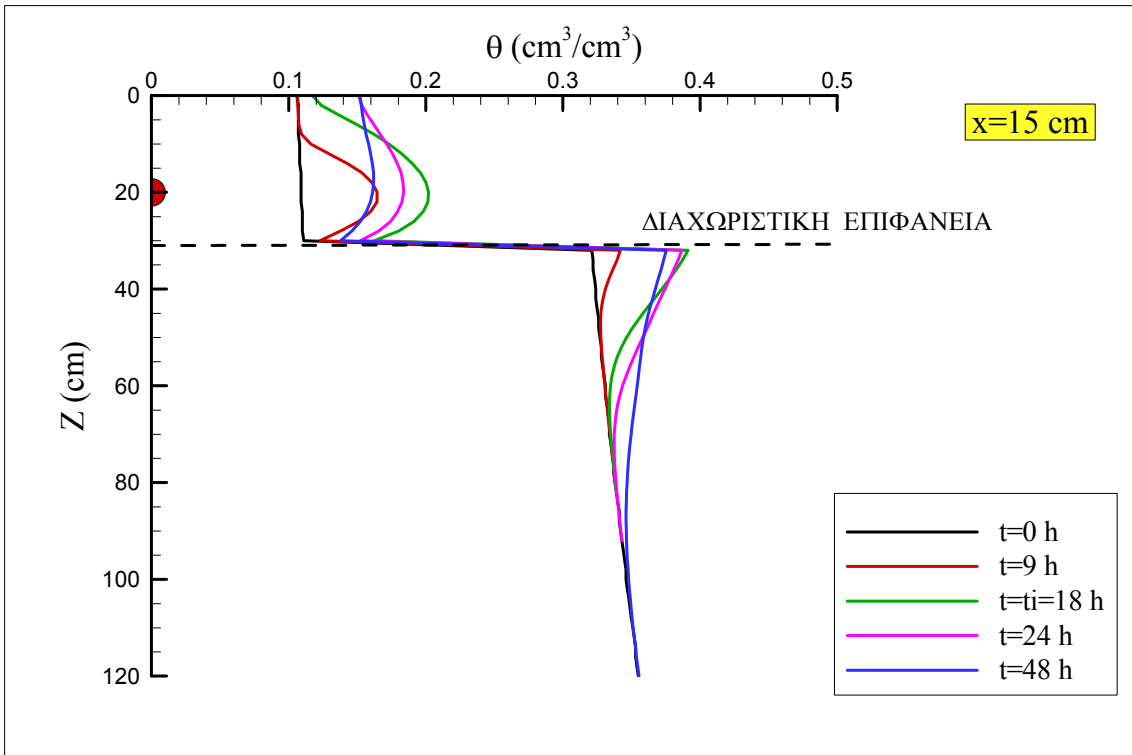
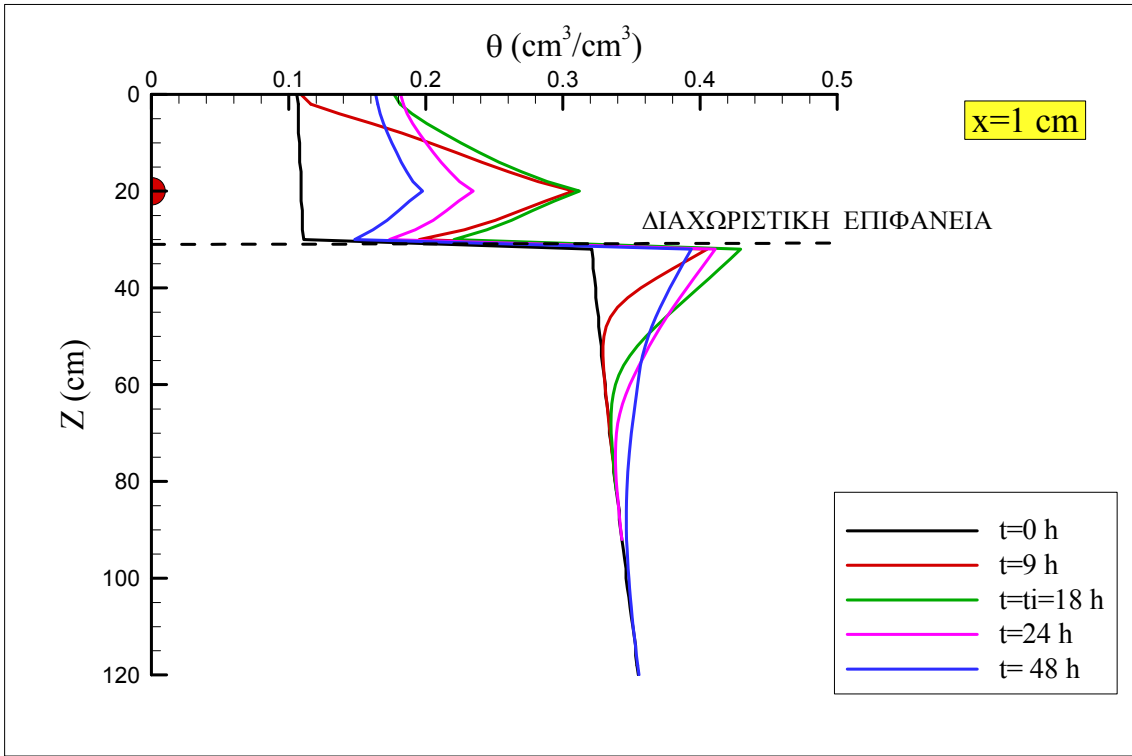
**Σχήμα 5-3.** Κατατομές εδαφικής υγρασίας κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε καλλιεργημένο έδαφος (παροχή:  $1 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ), για την αλληλουχία εδαφών silty clay loam - loamy sand για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από τη γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.

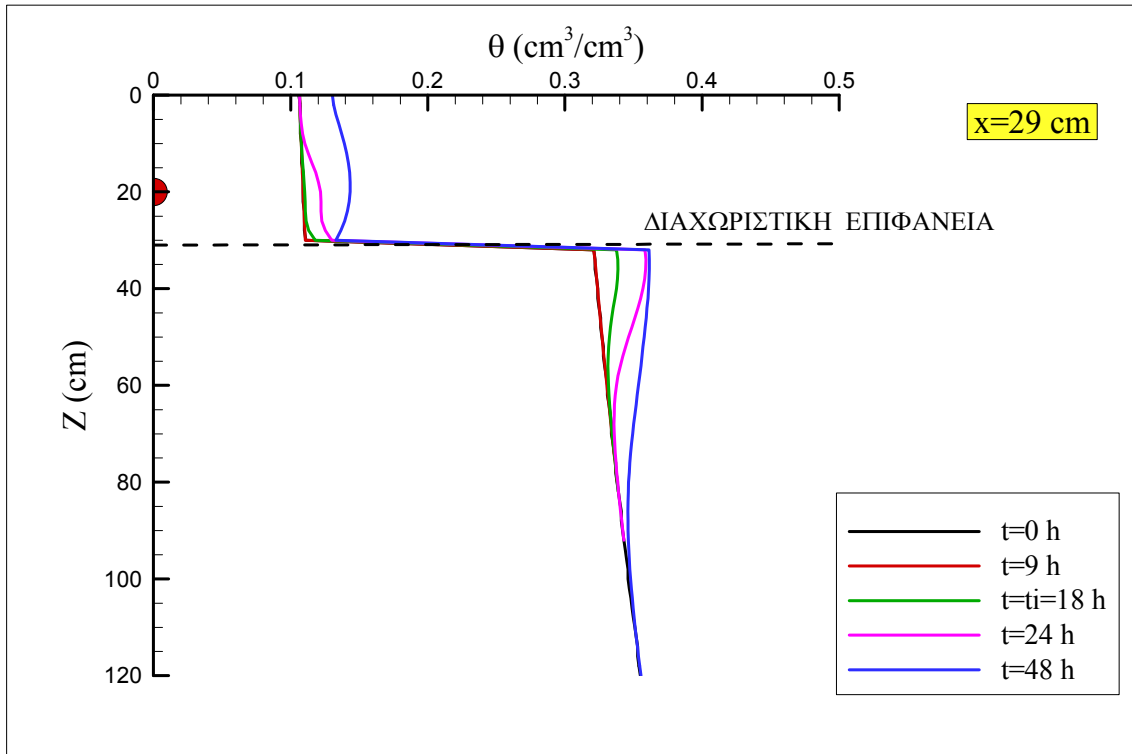




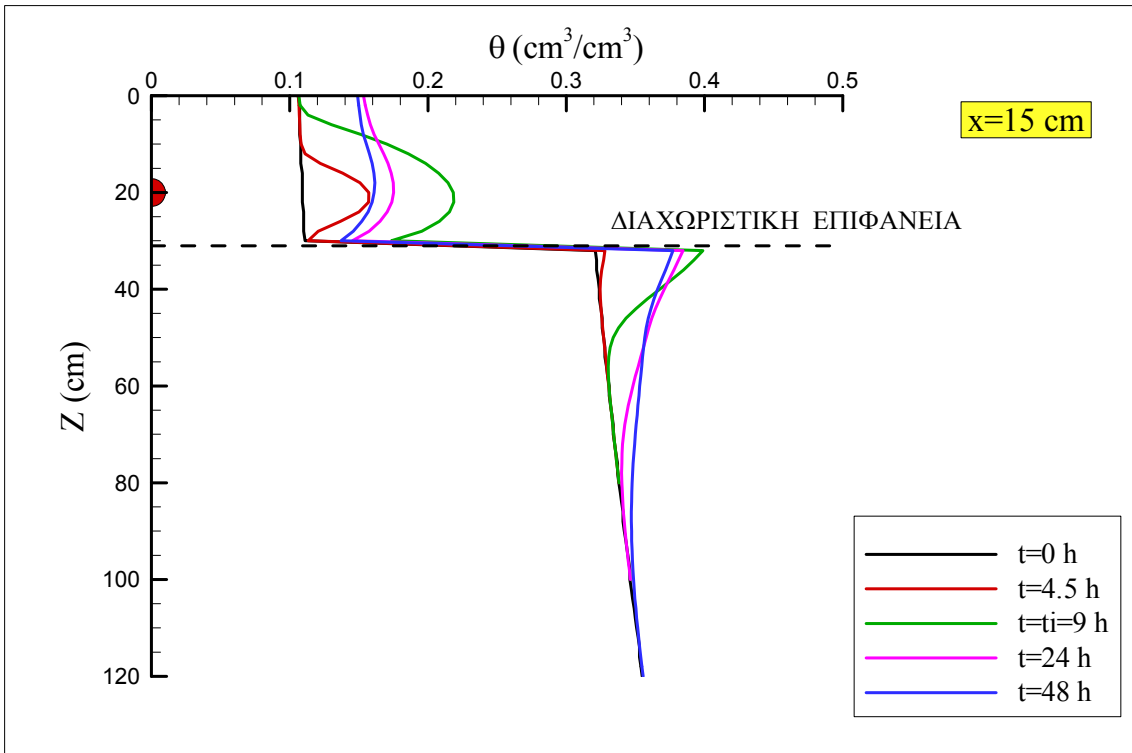
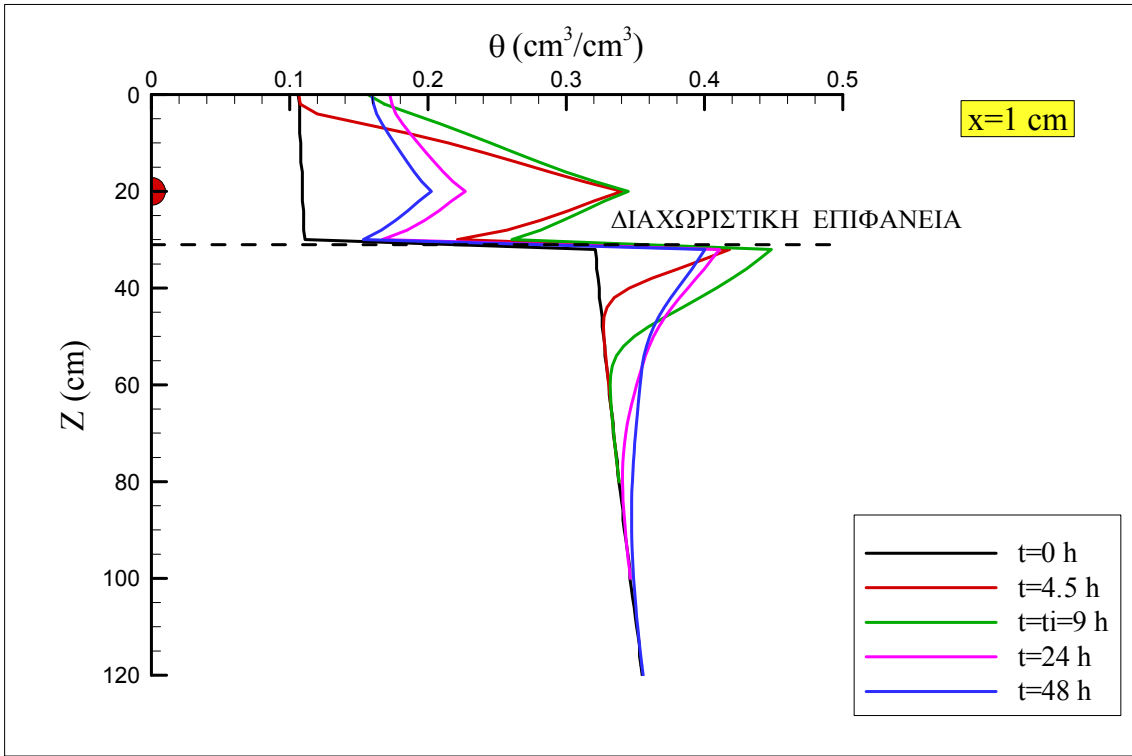


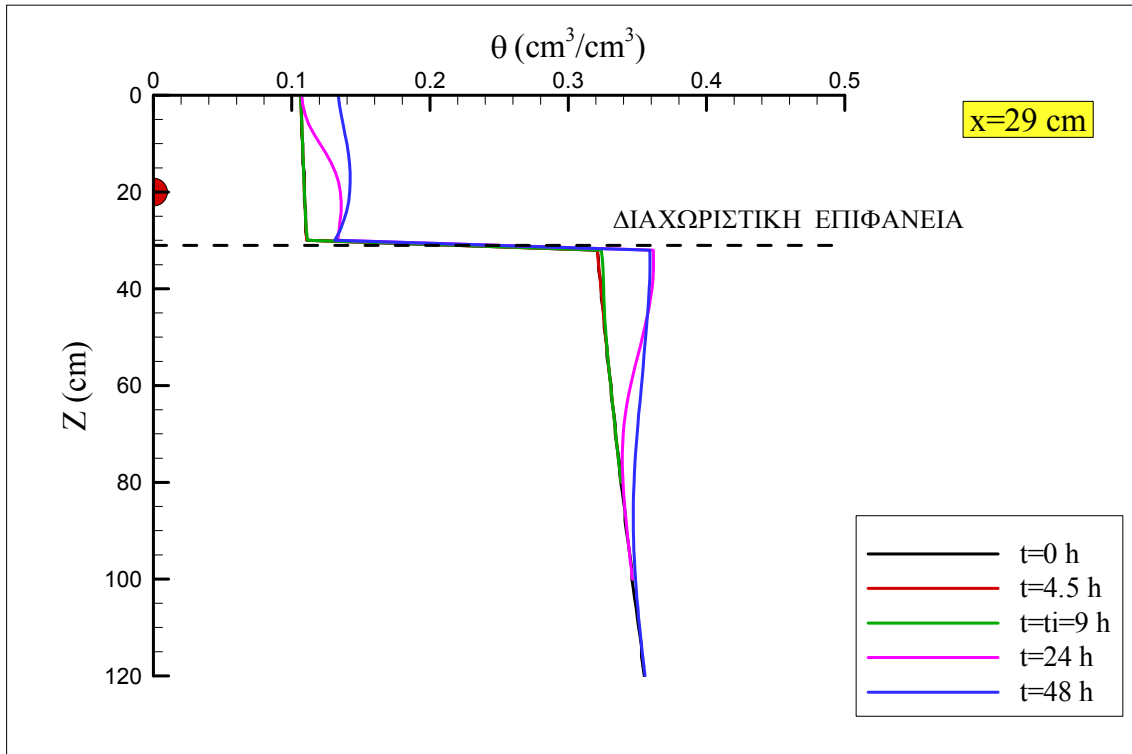
**Σχήμα 5-4.** Κατατομές εδαφικής υγρασίας κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε καλλιεργημένο έδαφος (παροχή:  $2 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ), για την αλληλουχία εδαφών silty clay loam - loamy sand για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από τη γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.



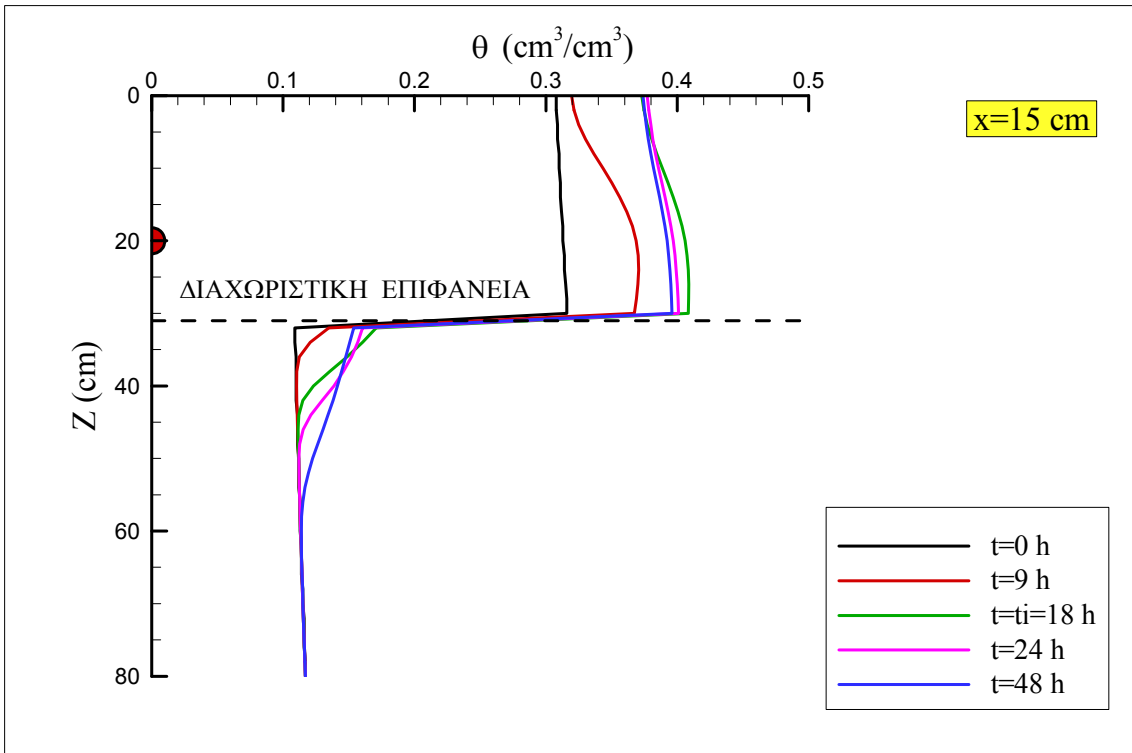
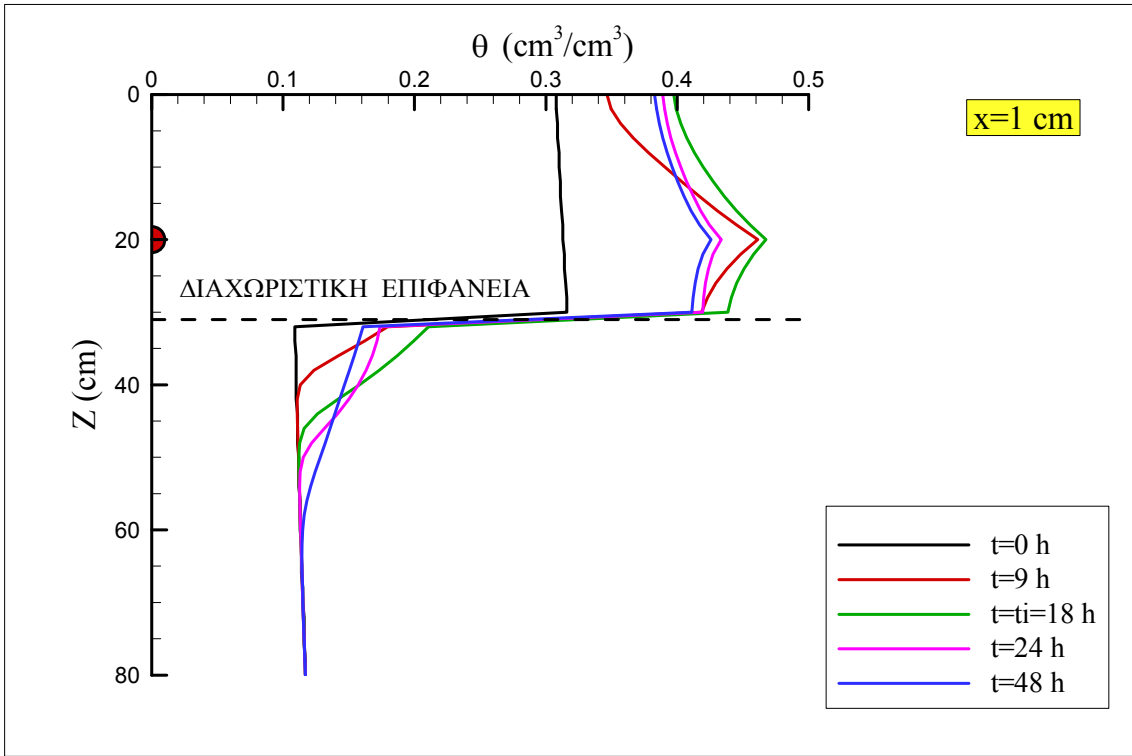


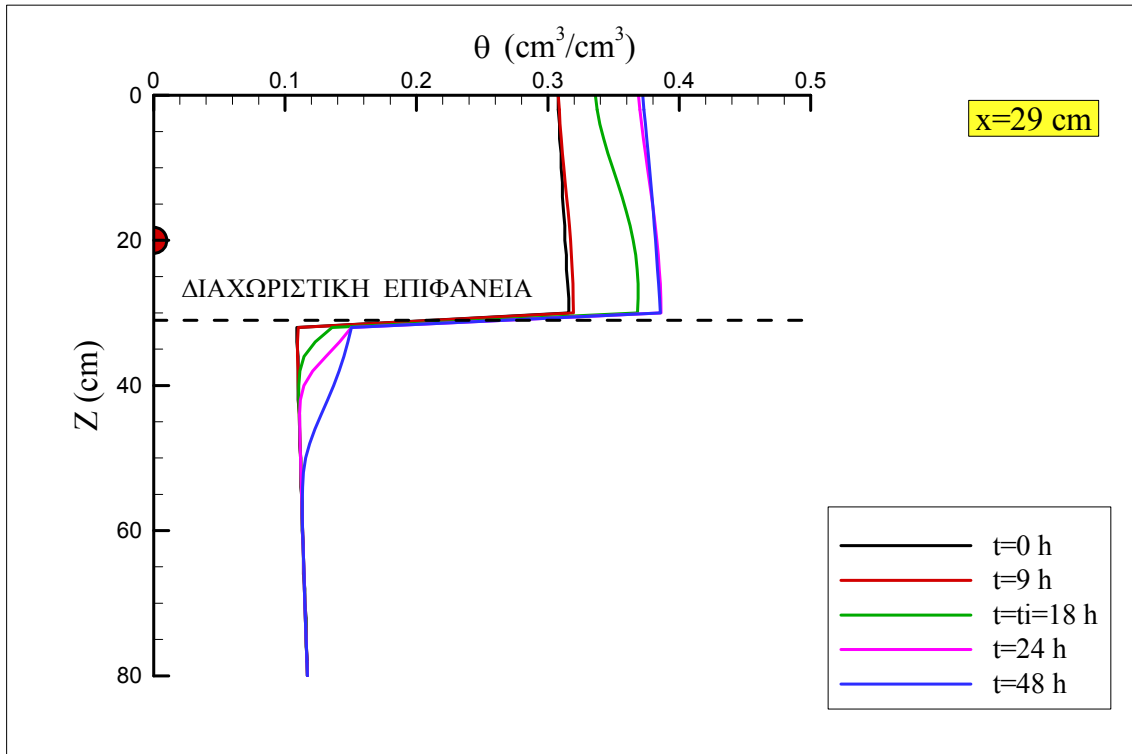
**Σχήμα 5-5.** Κατατομές εδαφικής υγρασίας κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε ακαλλιέργητο έδαφος (παροχή:  $1 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ), για την αλληλουχία εδαφών loamy sand - silty clay loam - για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από τη γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.



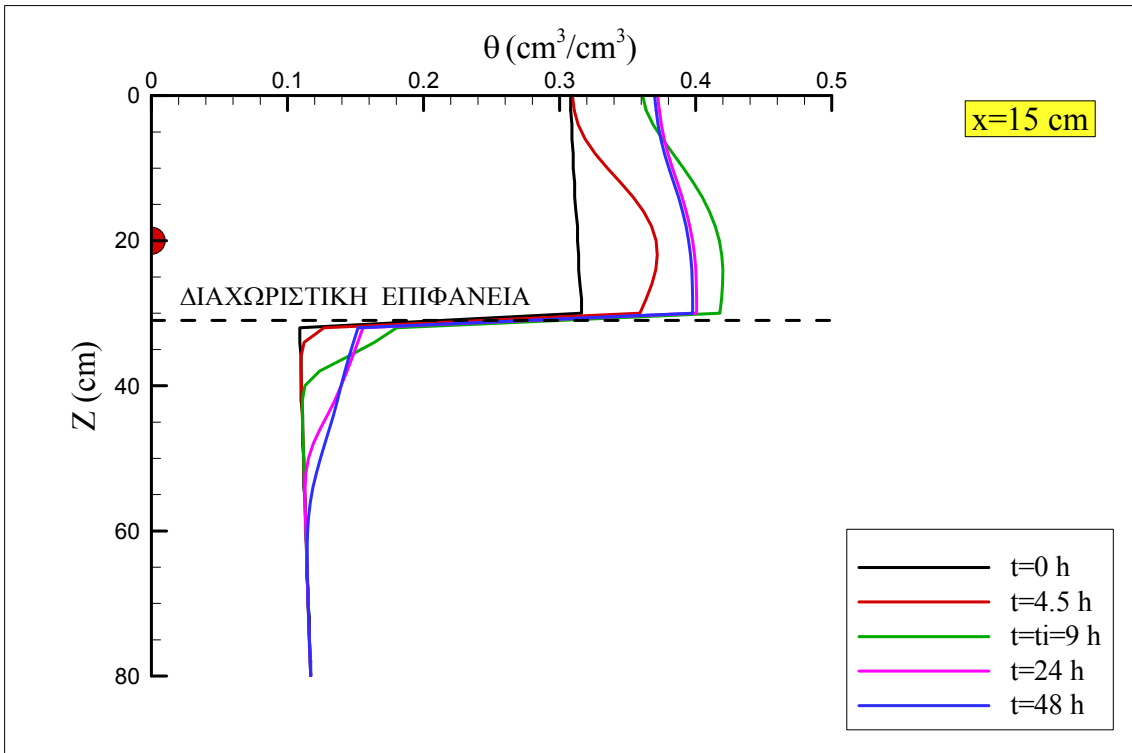
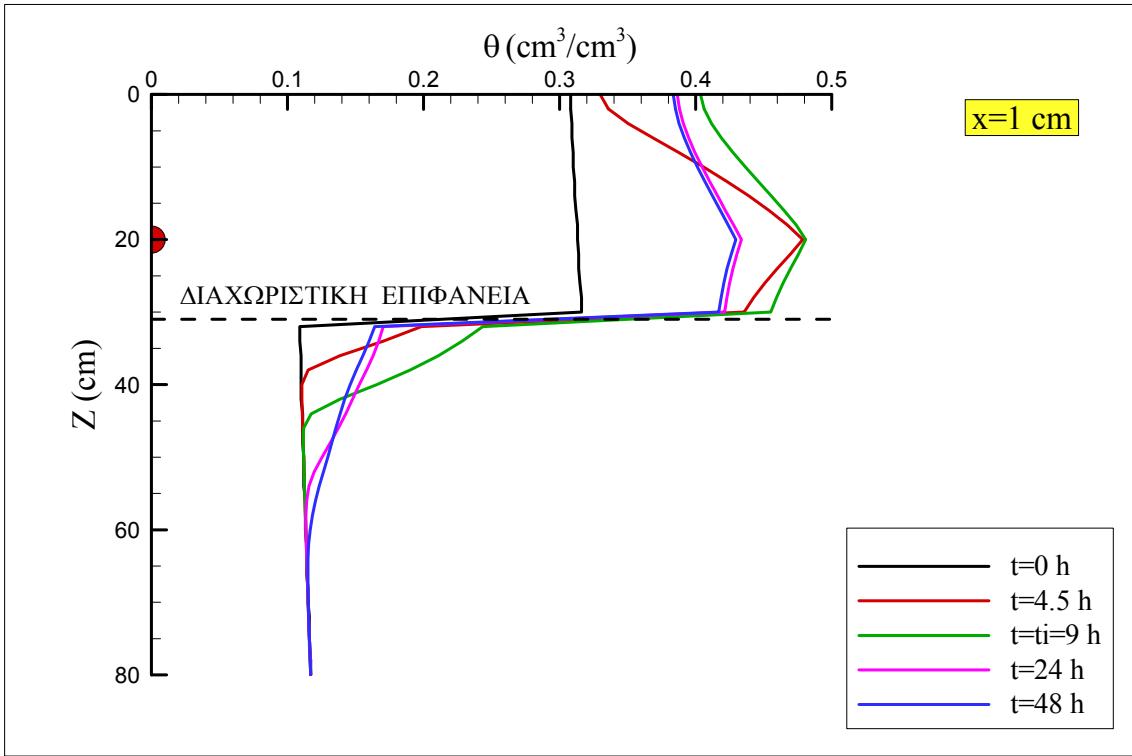


**Σχήμα 5-6.** Κατατομές εδαφικής υγρασίας κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε ακαλλιέργητο έδαφος (παροχή:  $2 \text{ l}\cdot\text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ), για την αλληλουχία εδαφών loamy sand - silty clay loam - για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από τη γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.

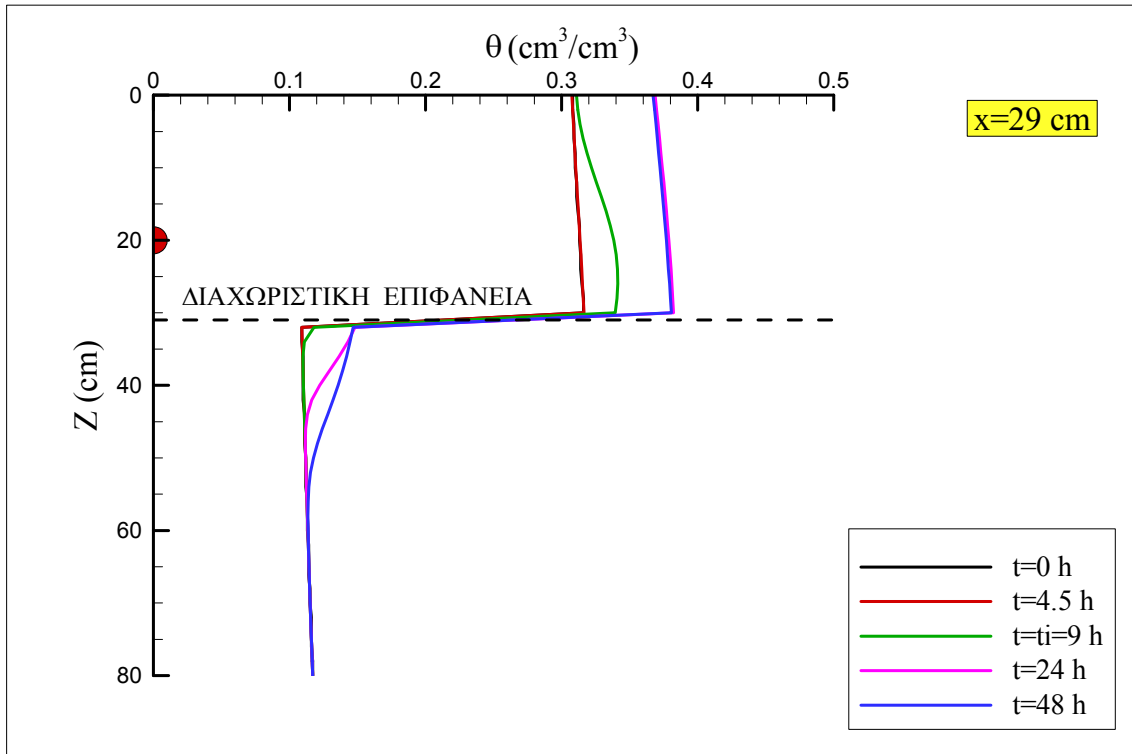




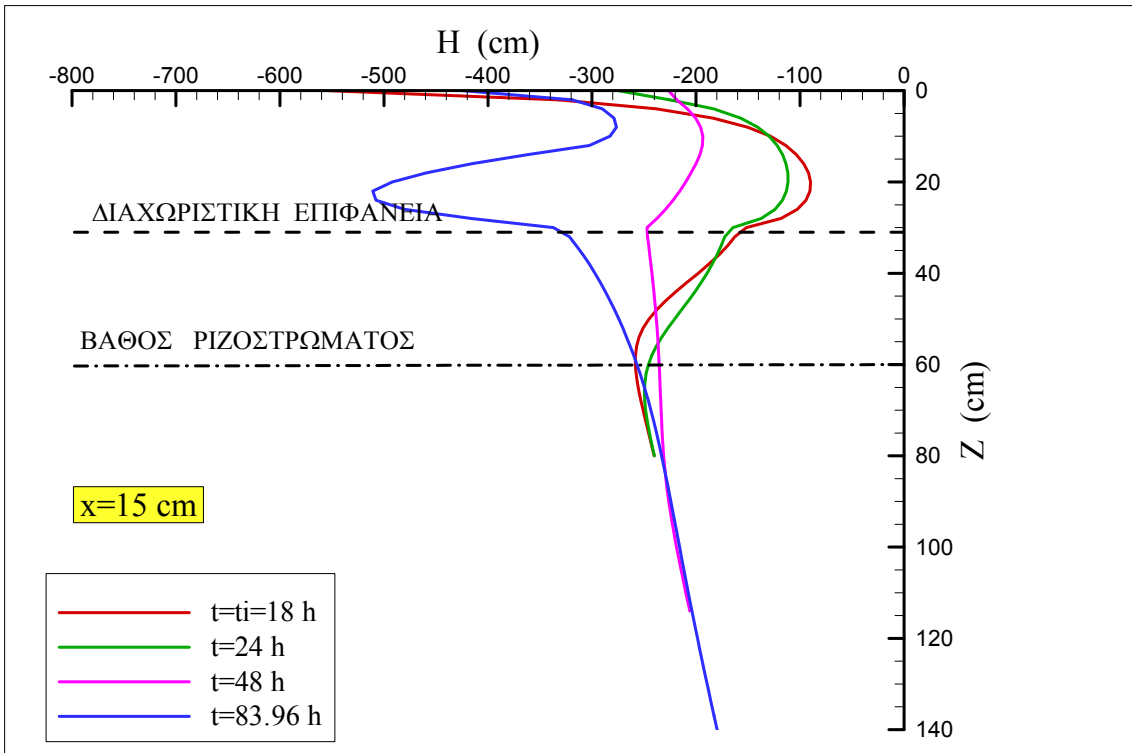
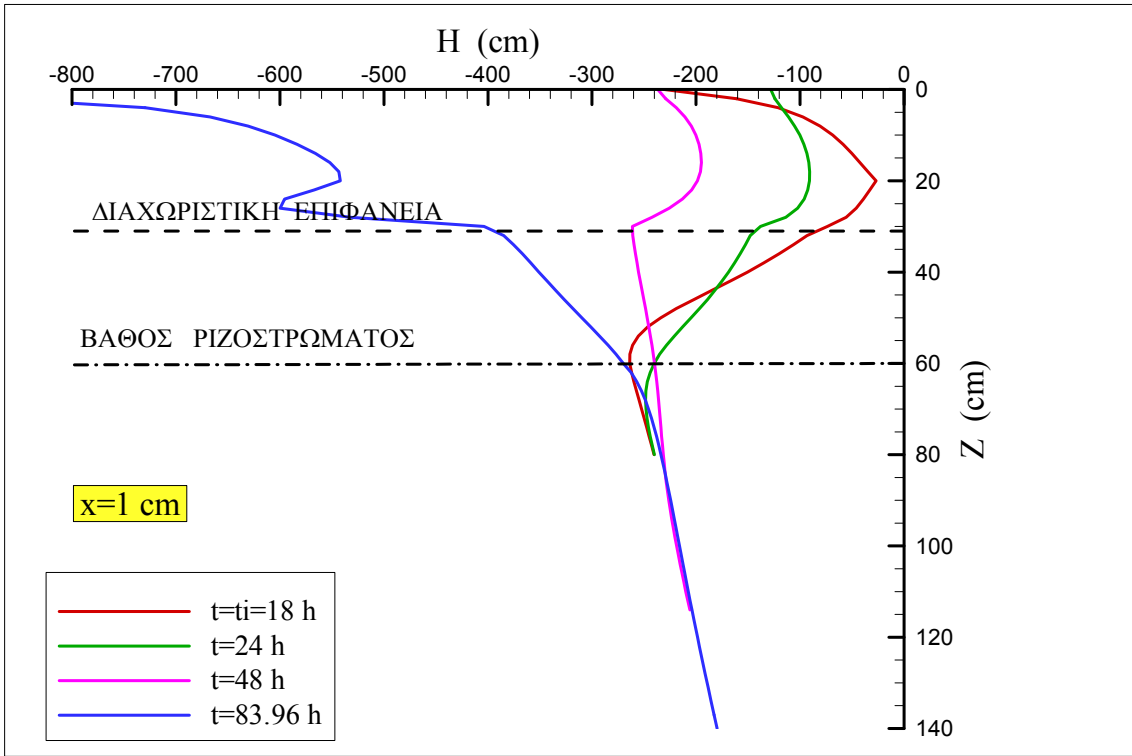
**Σχήμα 5-7.** Κατατομές εδαφικής υγρασίας κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε ακαλλιέργητο έδαφος (παροχή:  $1 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ), για την αλληλουχία εδαφών silty clay loam - loamy sand για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από τη γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.

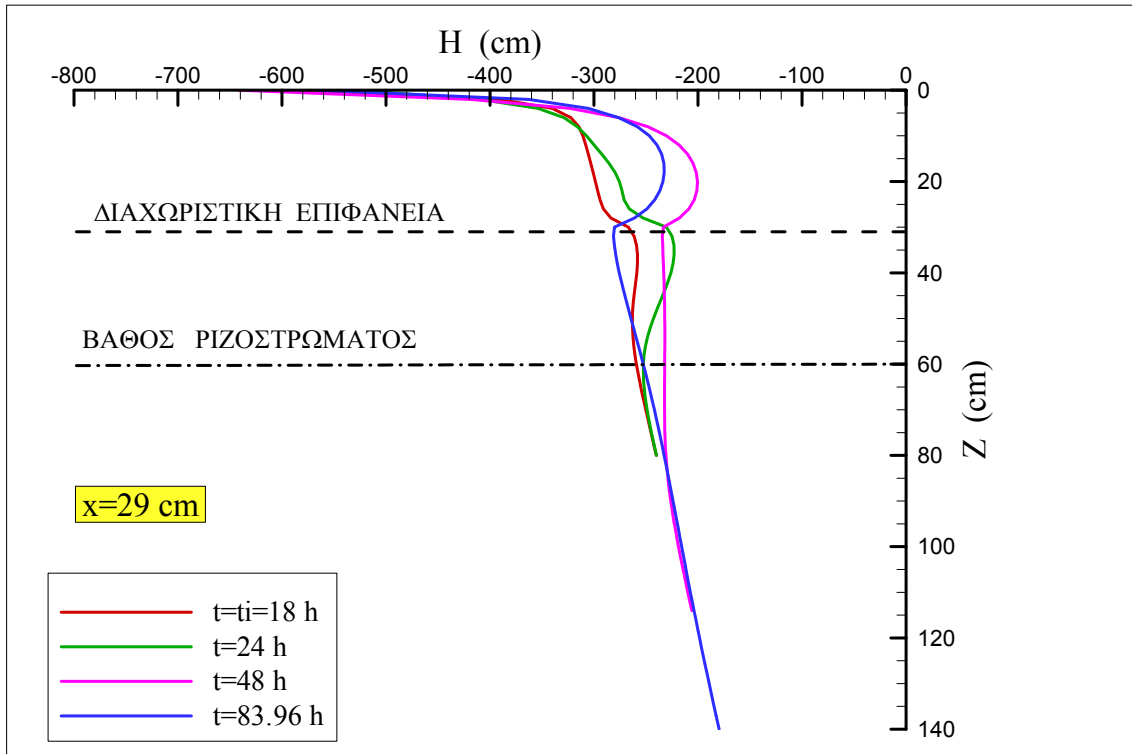




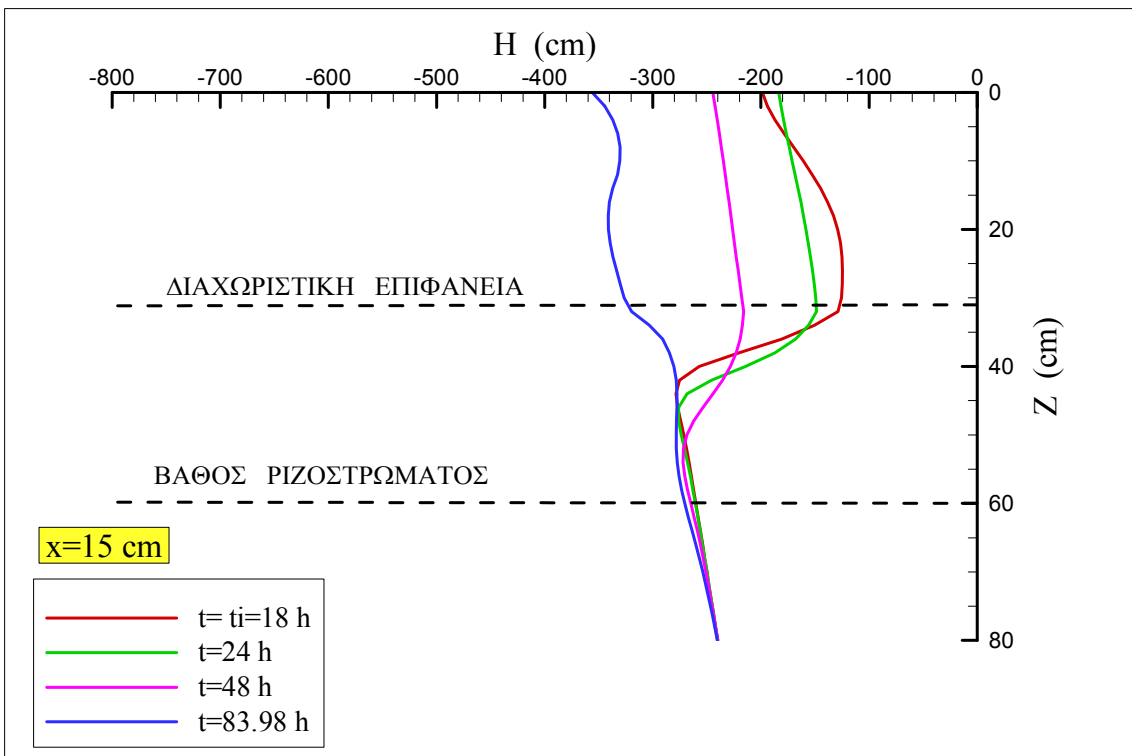
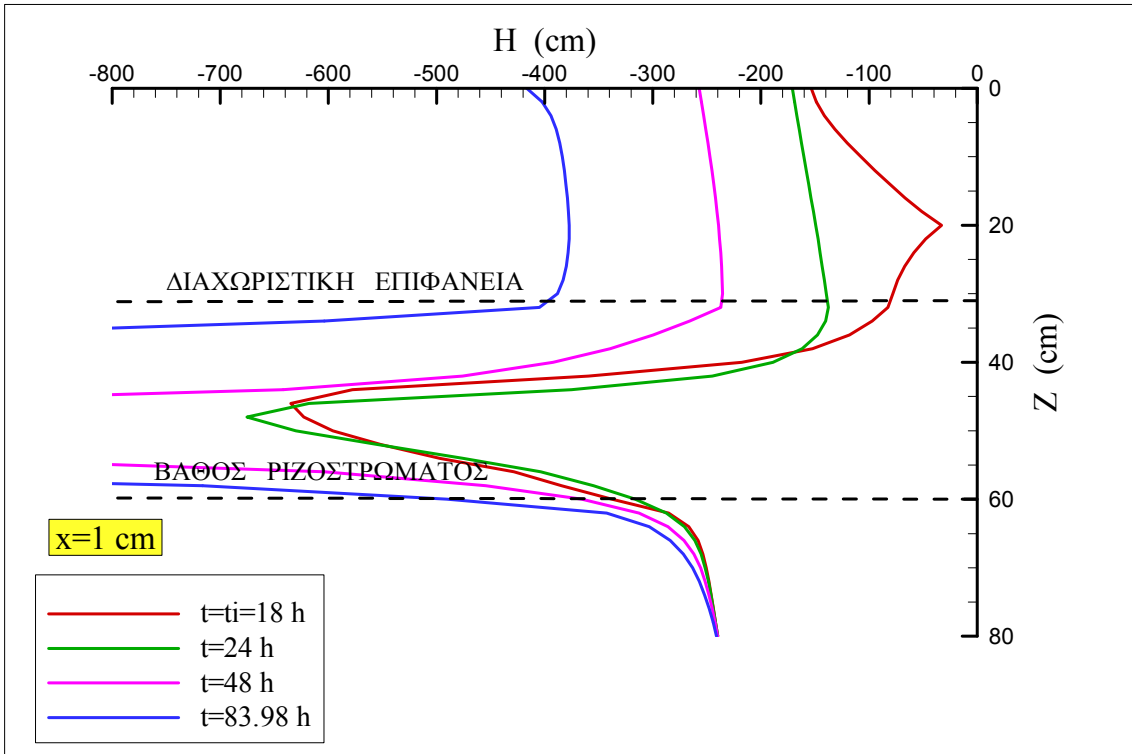


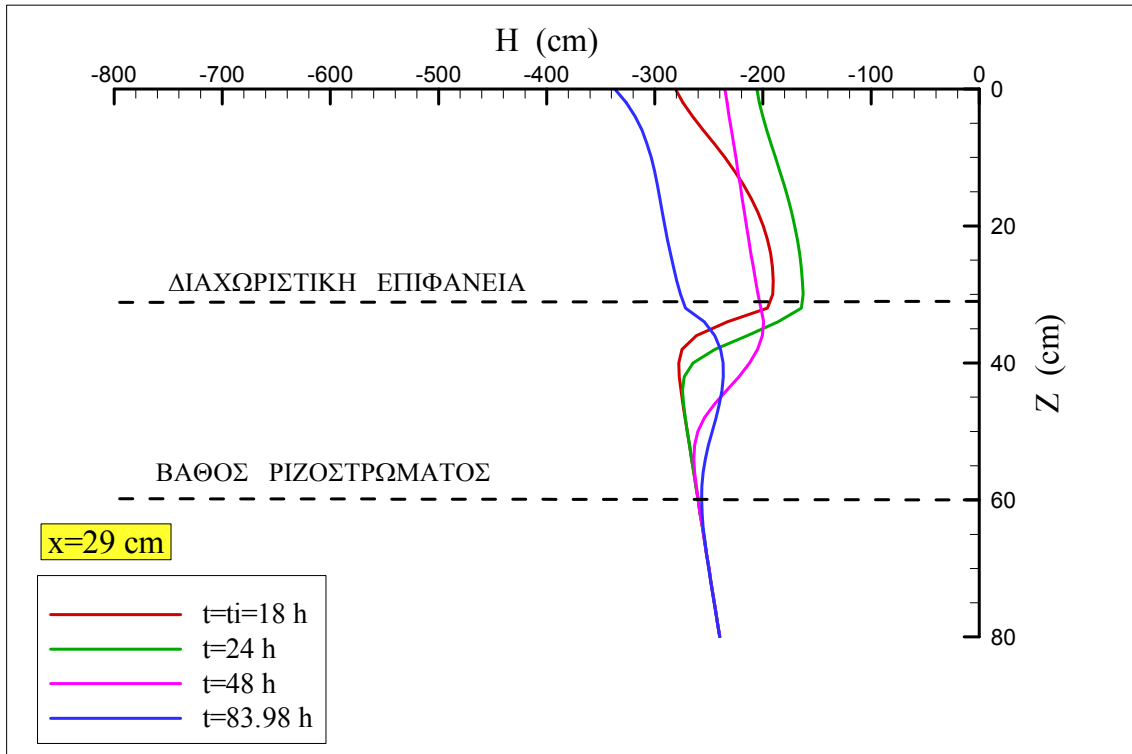
**Σχήμα 5-8.** Κατατομές εδαφικής υγρασίας κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε ακαλλιέργητο έδαφος (παροχή:  $2 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ), για την αλληλουχία εδαφών silty clay loam - loamy sand για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από τη γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.



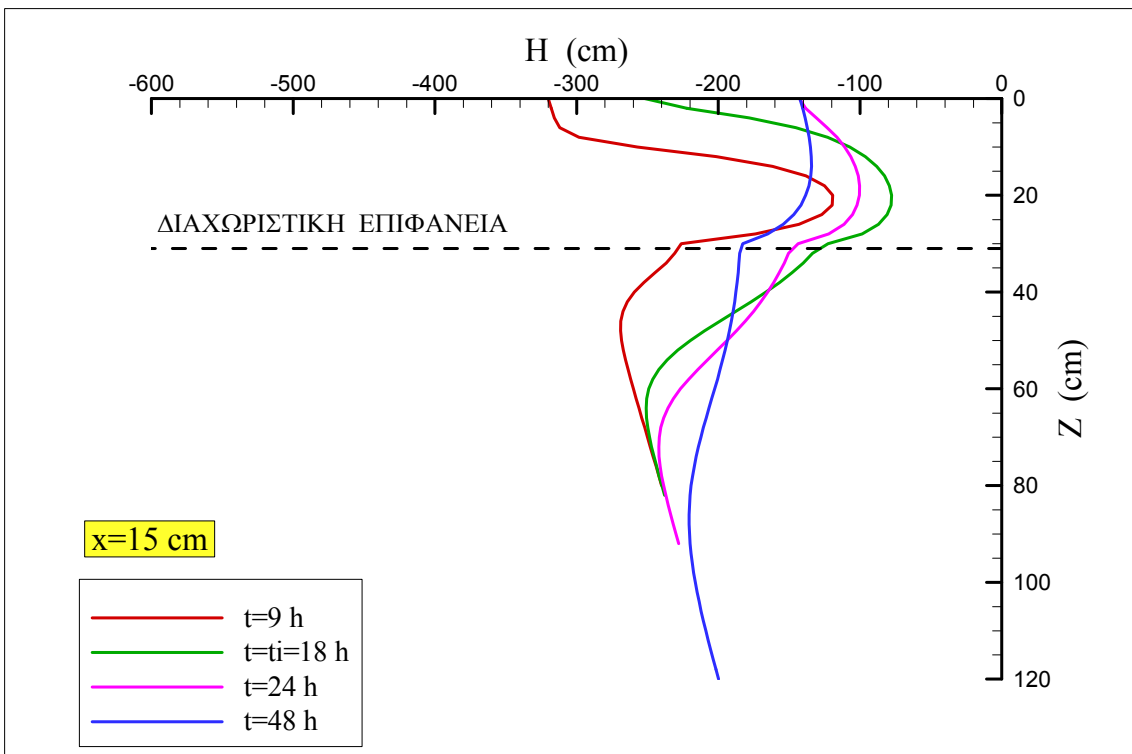
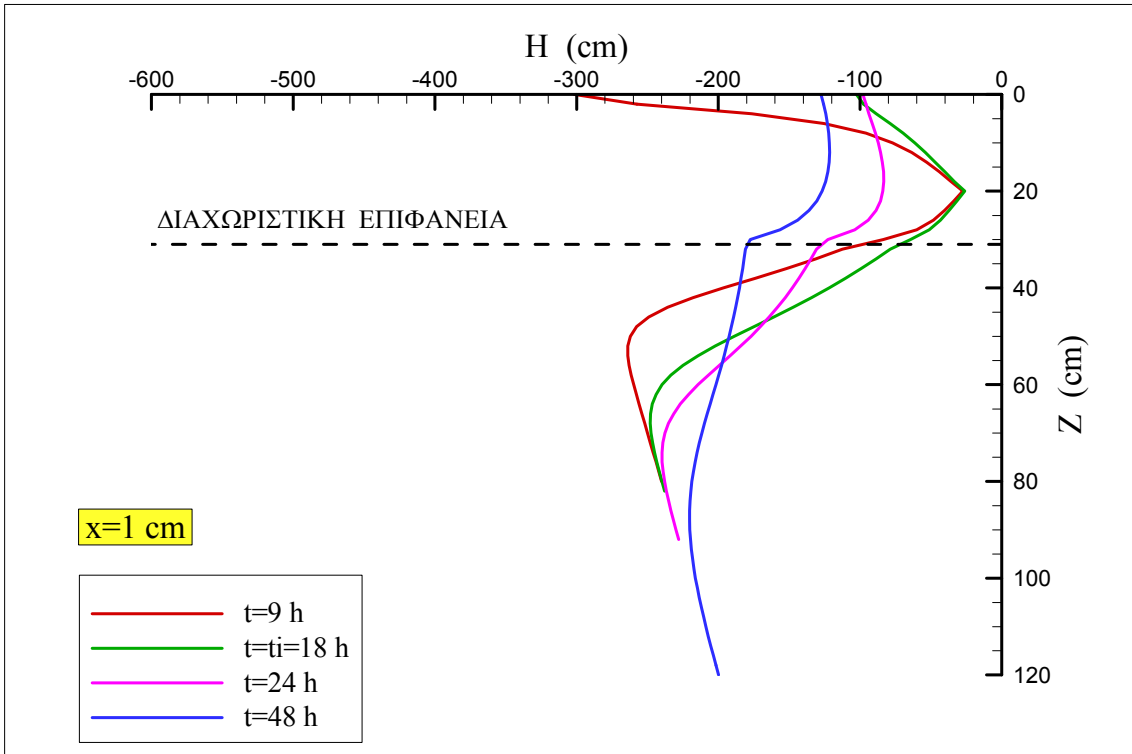


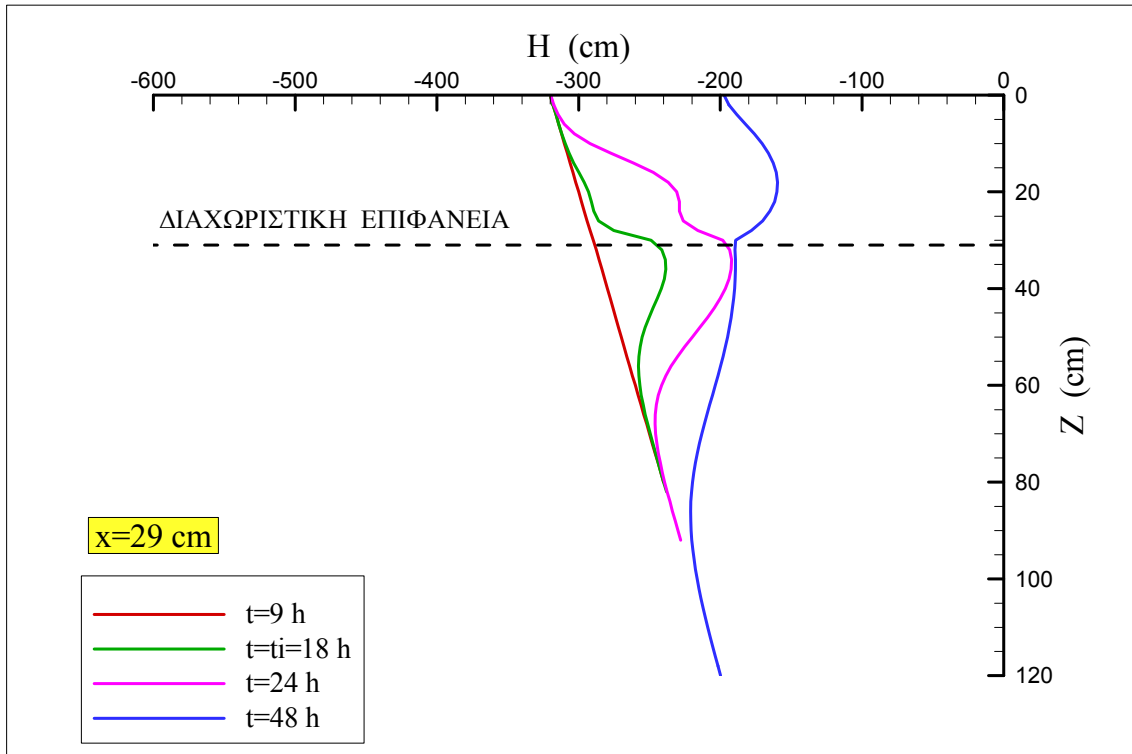
**Σχήμα 5-9.** Κατατομές φορτίου πίεσης κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε καλλιεργημένο έδαφος (παροχή:  $1 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ) για την αλληλουχία εδαφών loamy sand-silty clay loam για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από την γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.



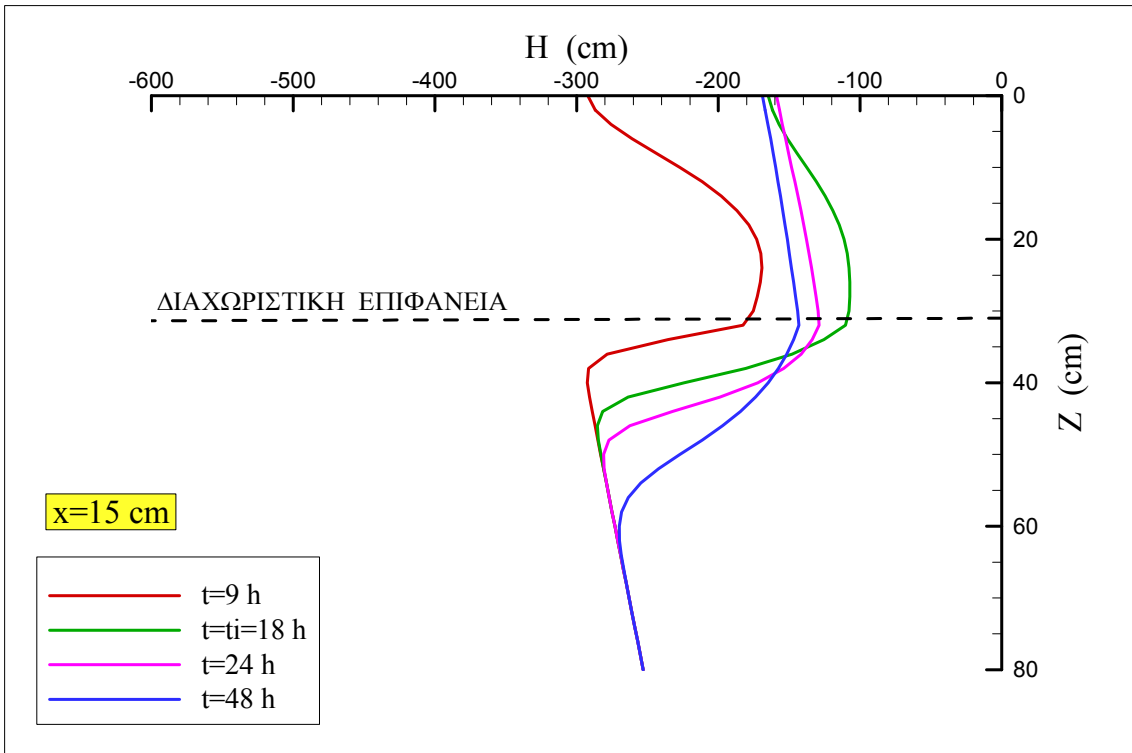
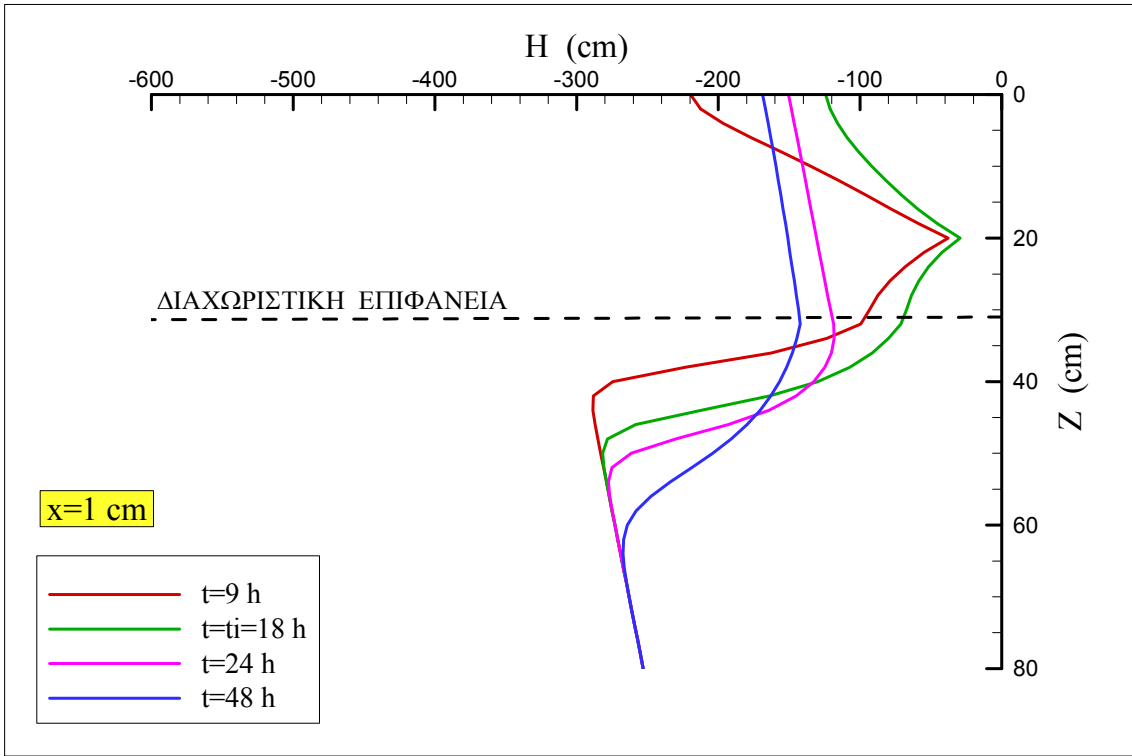


**Σχήμα 5-10.** Κατατομές φορτίου πίεσης κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε καλλιεργημένο έδαφος (παροχή:  $1 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ) για την αλληλουχία εδαφών silty clay loam - loamy sand για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από την γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.

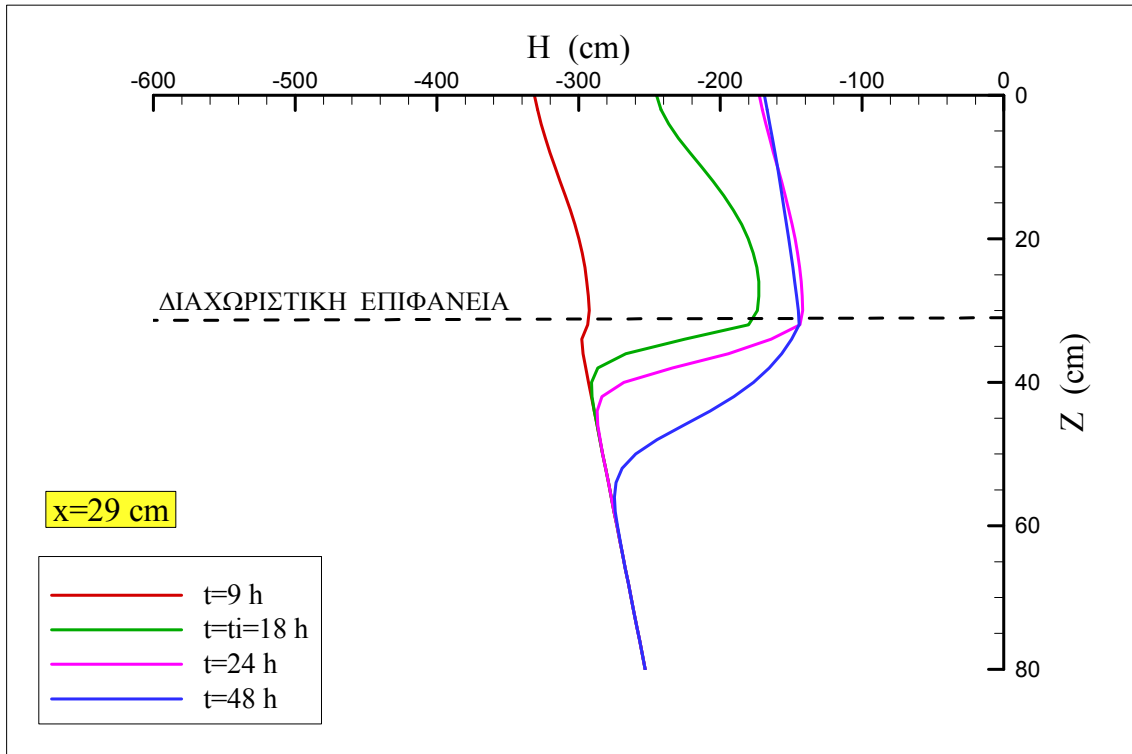




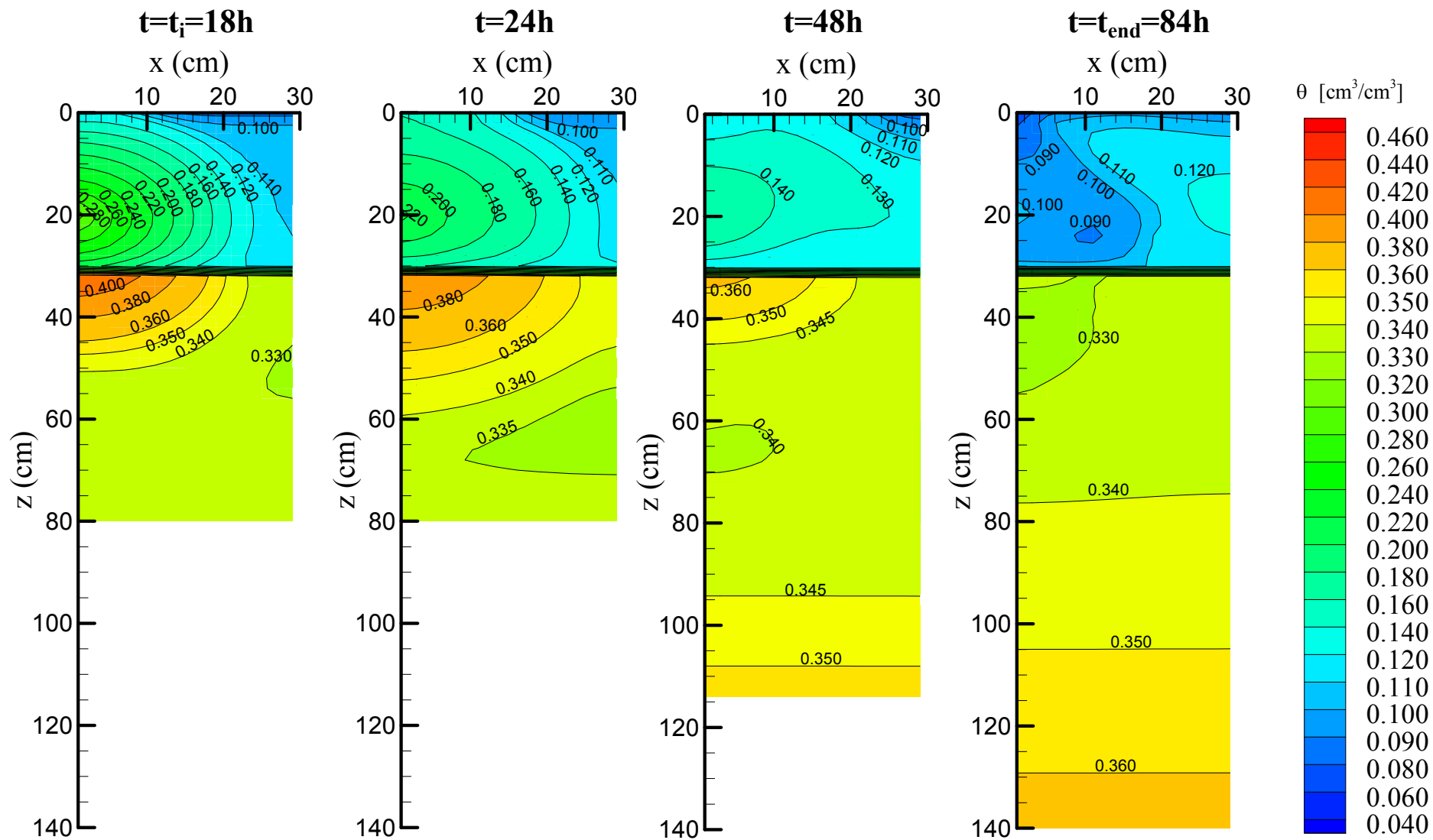
**Σχήμα 5-11.** Κατατομές φορτίου πίεσης κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε ακαλλιέργητο έδαφος (παροχή:  $1 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ) για την αλληλουχία εδαφών loamy sand - silty clay loam για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από την γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.



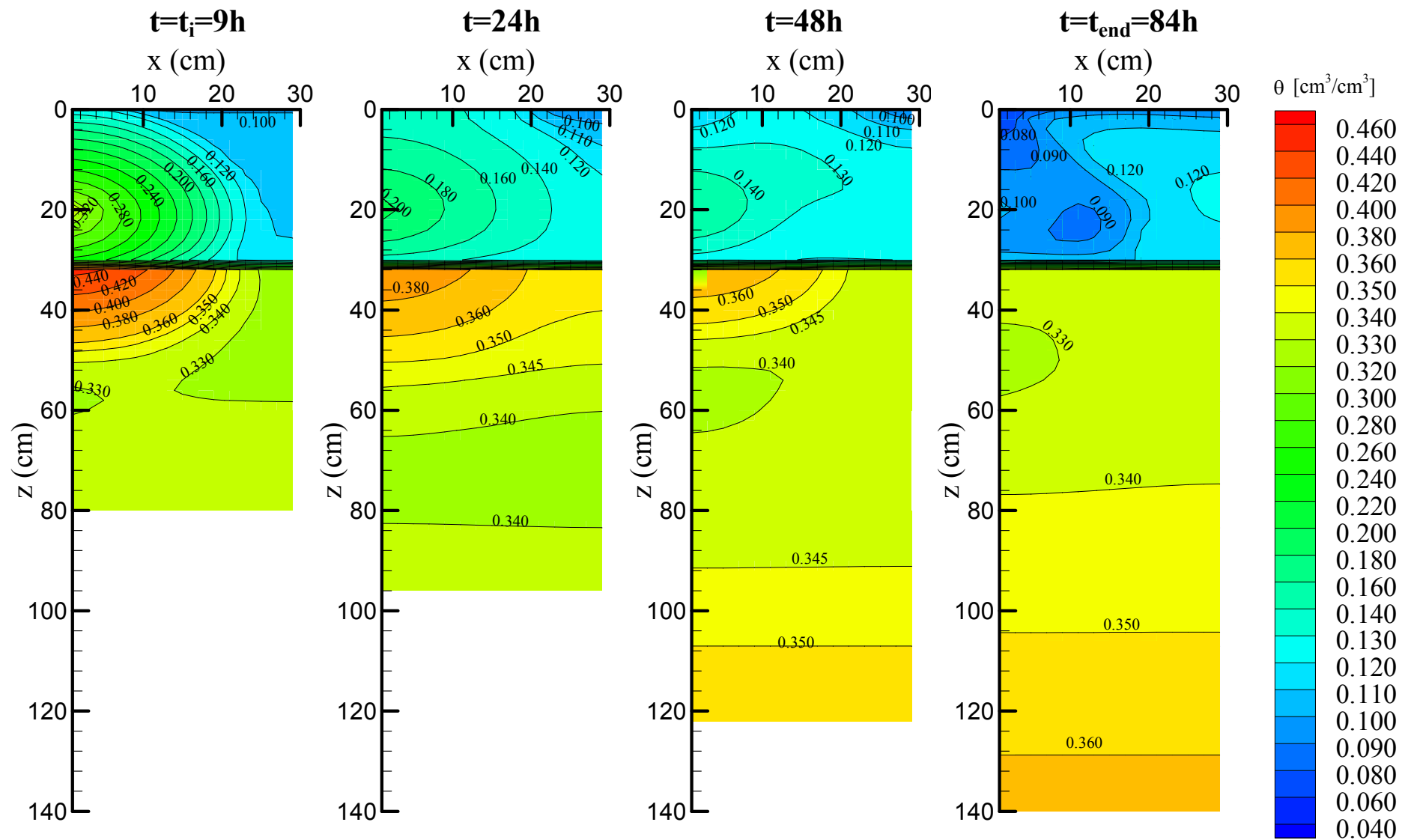




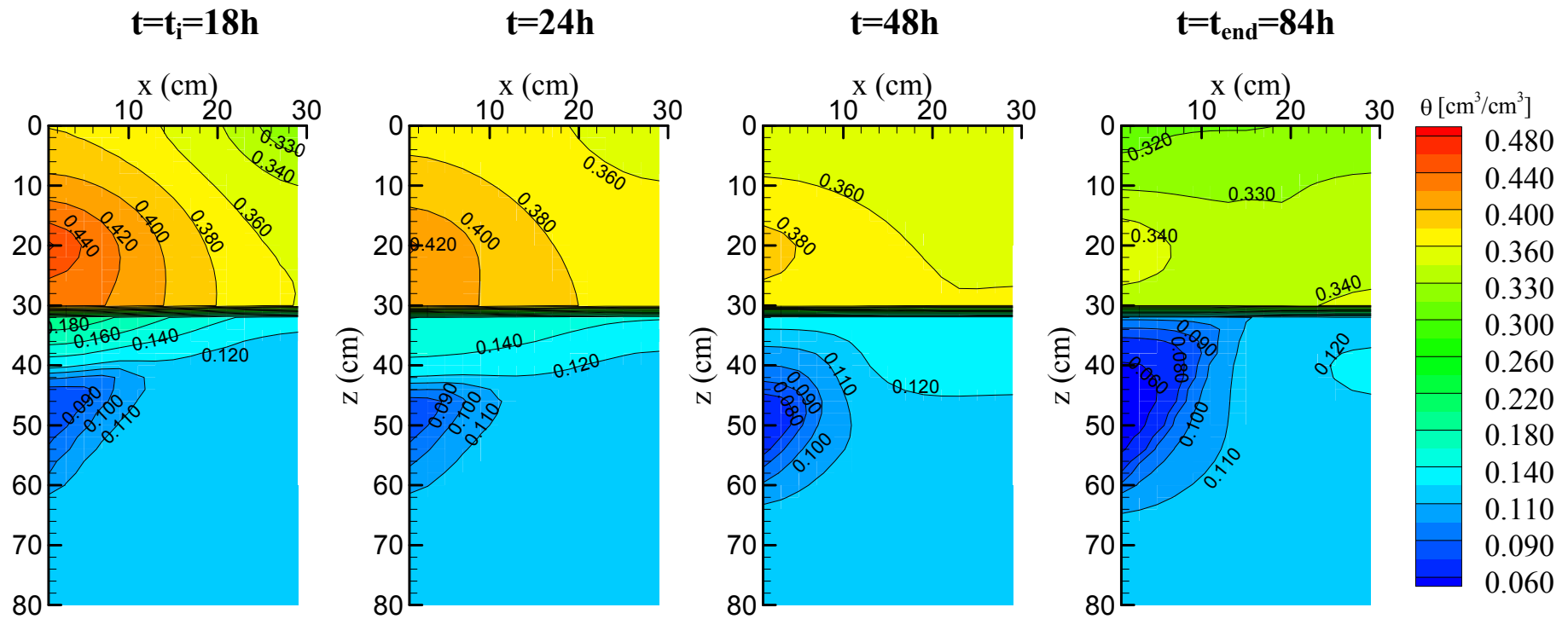
**Σχήμα 5-12.** Κατατομές φορτίου πίεσης κατά τη διήθηση και ανακατανομή του νερού σε ακαλλιέργητο έδαφος (παροχή:  $1 \text{ l} \cdot \text{h}^{-1} \text{ m}^{-1}$ ) για την αλληλουχία εδαφών silty clay loam - loamy sand για τρεις διαφορετικές αποστάσεις από την γραμμική πηγή: (a) 1 cm, (b) 15 cm, (c) 29 cm.



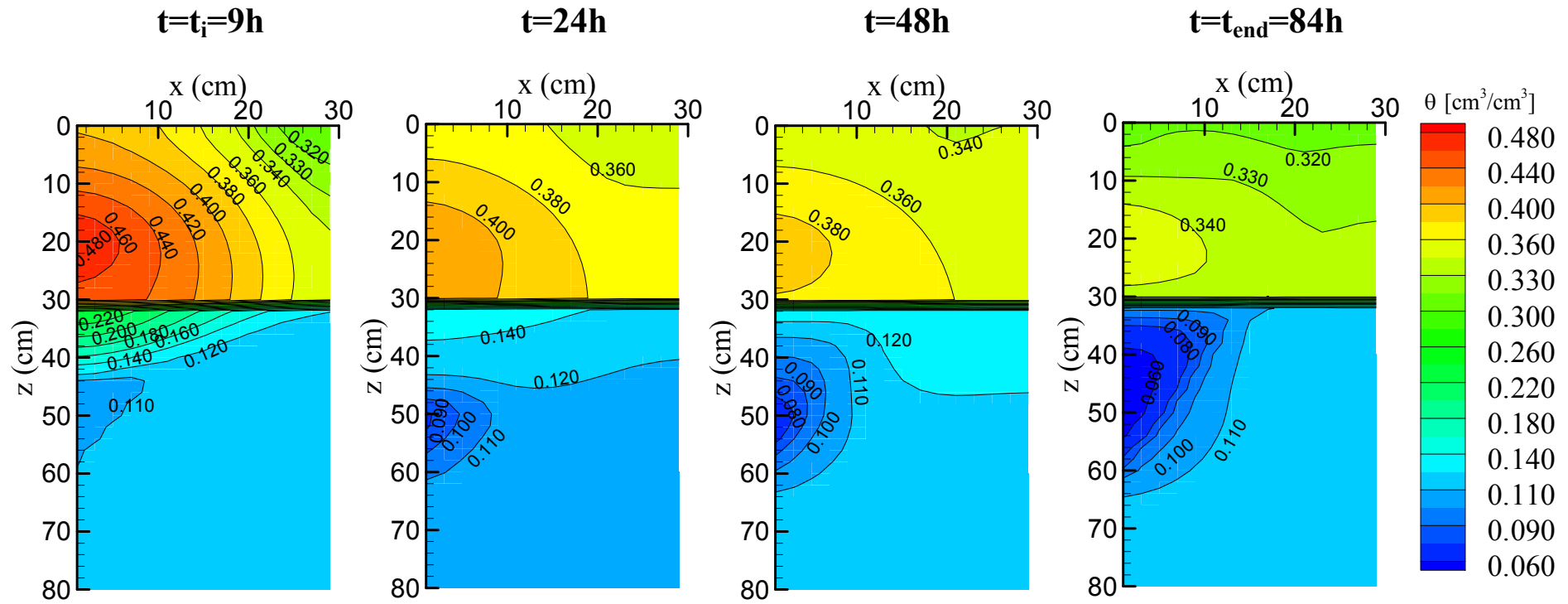
**Σχήμα 13.** Ισοϋγρασιακές καμπύλες για την αλληλουχία loamy sand – silty clay loam για παροχή 1 l/m/h για καλλιεργημένο έδαφος και δόση άρδευσης 30 mm.



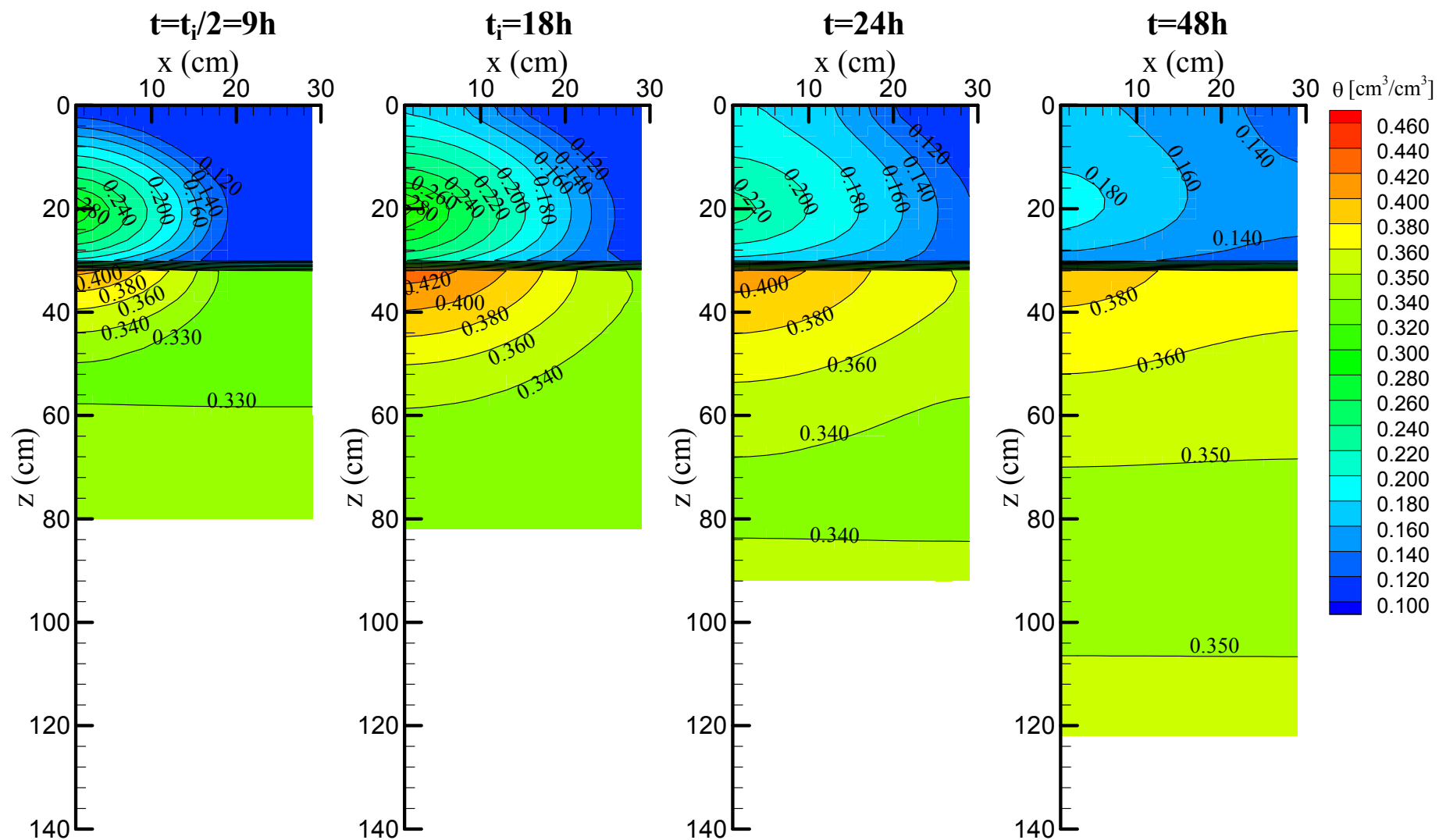
**Σχήμα 14.** Ισογρασιακές καμπύλες για την αλληλουχία loamy sand – silty clay loam για παροχή 2 l/m/h για καλλιεργημένο έδαφος και δόση άρδευσης 30 mm.



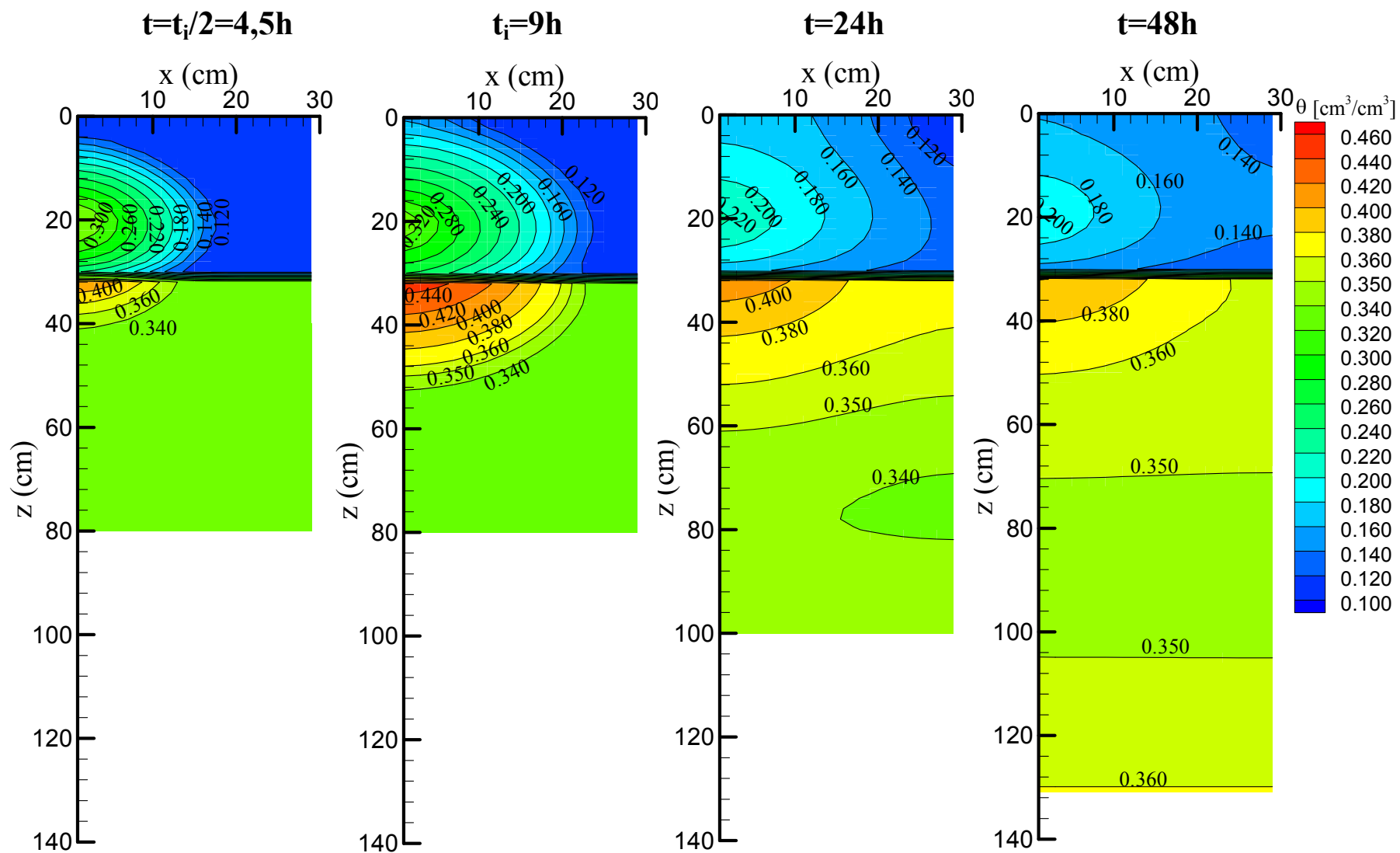
**Σχήμα 15.** Ισογρασιακές καμπύλες για την αλληλουχία silty clay loam - loamy sand για παροχή 1 l/m/h για καλλιεργημένο έδαφος και δόση άρδευσης 30 mm.



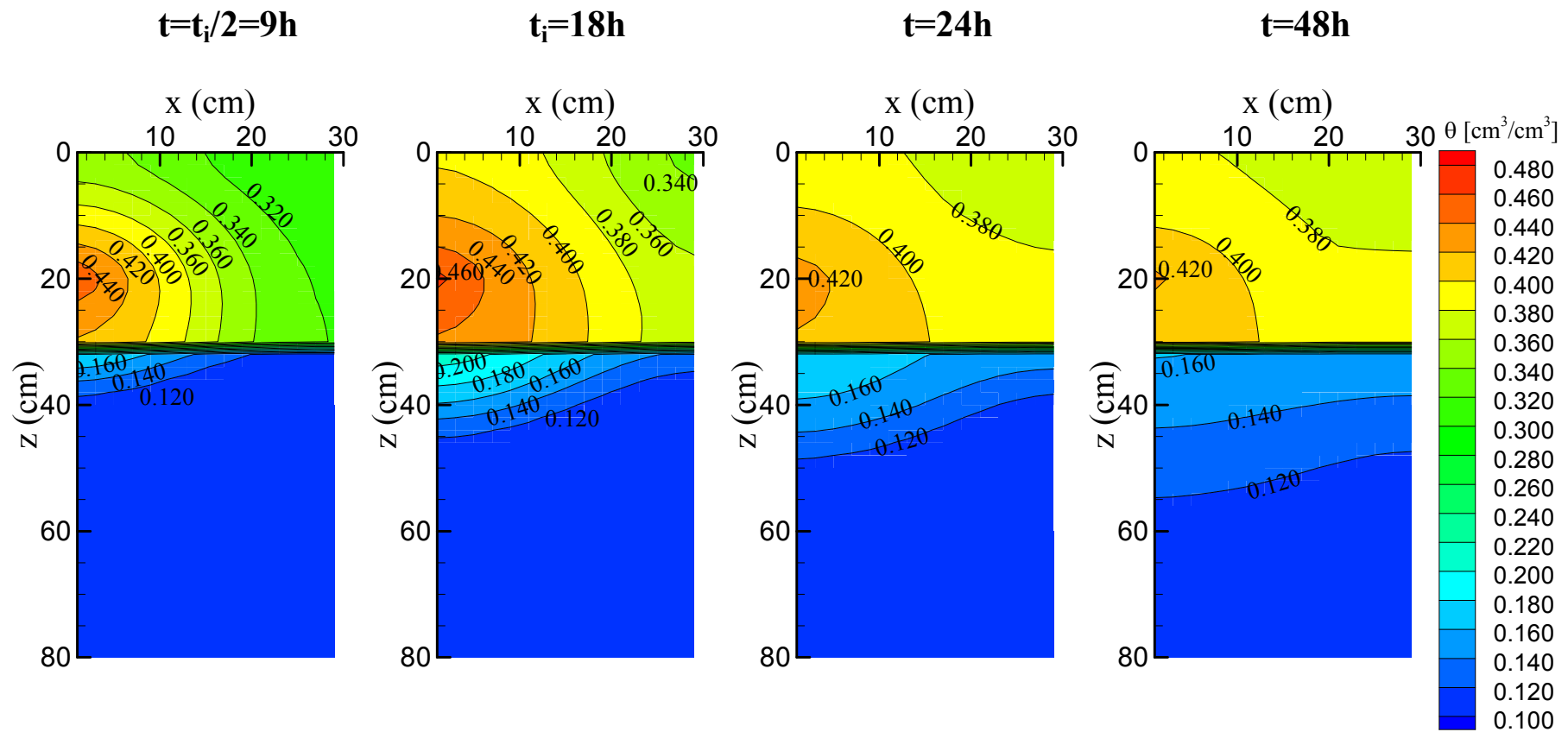
**Σχήμα 16.** Ισοϋγρασιακές καμπύλες για την αλληλουχία silty clay loam - loamy sand για παροχή 2 l/m/h για καλλιεργημένο έδαφος και δόση άρδευσης 30 mm.



**Σχήμα 17.** Ισογρασιακές καμπύλες για την αλληλουχία loamy sand – silty clay loam για παροχή 1 l/m/h σε γυμνό έδαφος χωρίς εξάτμιση και δόση άρδευσης 30 mm.

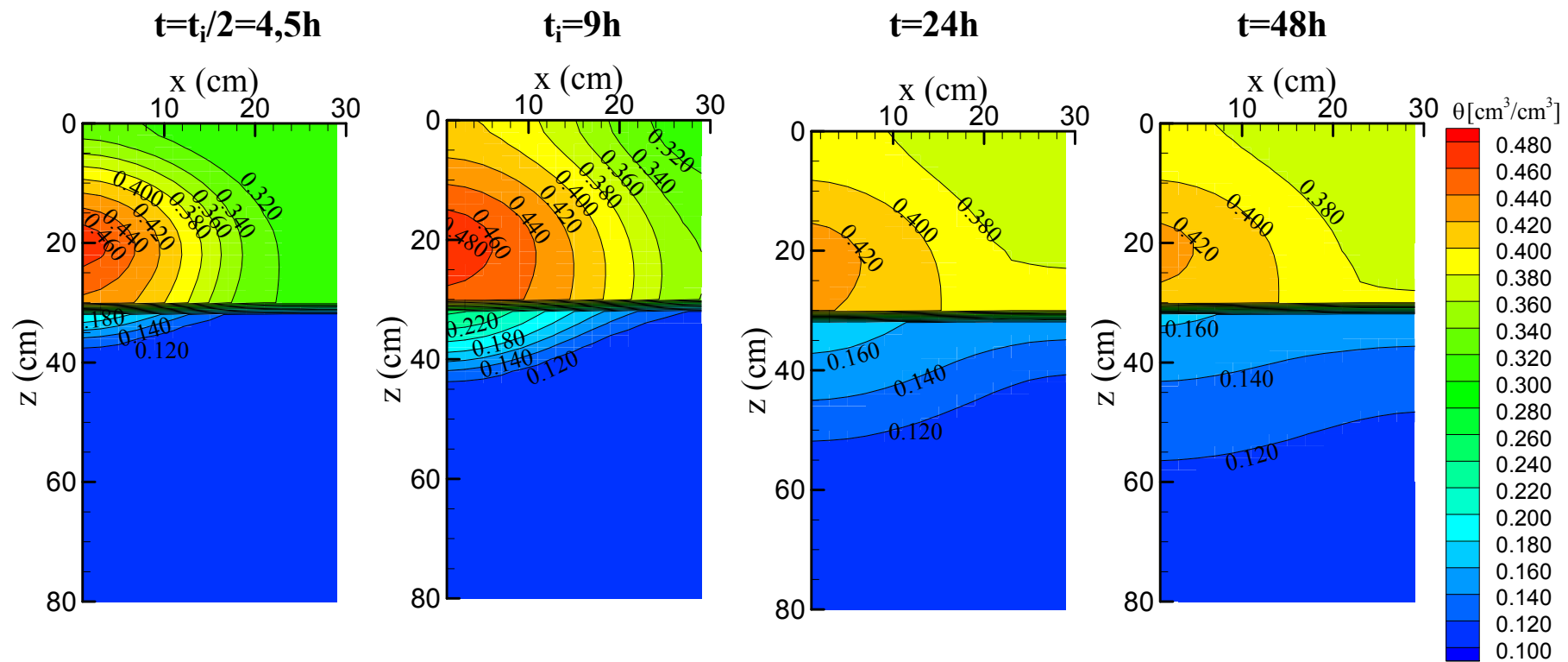


**Σχήμα 18.** Ισοϋγρασιακές καμπύλες για την αλληλουχία loamy sand – silty clay loam για παροχή 2/l/m/h σε γυμνό έδαφος χωρίς εξάτμιση και δόση άρδευσης 30 mm.



**Σχήμα 19.** Ισοϋγρασιακές καμπύλες για την αλληλουχία silty clay loam - loamy sand για παροχή 1 l/m/h σε γυμνό έδαφος χωρίς εξάτμιση και δόση άρδευσης 30 mm.





**Σχήμα 20.** Ισοϋγρασιακές καμπύλες για την αλληλουχία silty clay loam - loamy sand για παροχή 2 l/m/h σε γυμνό έδαφος χωρίς εξάτμιση και δόση άρδευσης 30 mm.

Deep percolation- Βαθιά διήθηση  
 Irrigation efficiency- Αποδοτικότητα  
 Soil evaporation- Πραγματική εξάτμιση

Line source spacing	Soil	Q=1 l/m/h		Q=1.5 l/m/h	
		Irrigation depth		Irrigation depth	
		30mm	40mm	30mm	40mm
		Deep percolation	Deep percolation	Deep percolation	Deep percolation
60cm	loamy sand-silty clay loam	5.45	9.27	5.87	10.30
	silty clay loam- loamy sand	-0.70	-0.55	-0.68	-0.41
80cm	loamy sand-silty clay loam	5.96	9.69	7.37	10.99
	silty clay loam- loamy sand	-0.60	-0.47	-0.56	-0.27
		Irrigation efficiency	Irrigation efficiency	Irrigation efficiency	Irrigation efficiency
60cm	loamy sand-silty clay loam	77.46	66.63	77.15	68.36
	silty clay loam- loamy sand	81.60	80.19	82.86	80.58
80cm	loamy sand-silty clay loam	71.91	66.48	69.55	64.06
	silty clay loam- loamy sand	75.99	74.60	76.12	74.37
		Soil evaporation	Soil evaporation	Soil evaporation	Soil evaporation
60cm	loamy sand-silty clay loam	8.86	8.41	9.00	8.41
	silty clay loam- loamy sand	10.50	10.45	10.64	10.50
80cm	loamy sand-silty clay loam	7.91	7.63	7.89	7.60
	silty clay loam- loamy sand	9.86	9.88	9.89	9.78

Πίνακας 5-3. Συνδυασμοί ισαποχής, αλληλουχίας εδαφών, παροχής και δόσης άρδευσης.

Για την καλύτερη κατανόηση του φαινομένου έγιναν προσομοιώσεις που αφορούν διάφορους συνδυασμούς ισαπόστασης, αλληλουχίας εδαφών, παροχής και δόσης άρδευσης. Οι συνδυασμοί και τα αποτελέσματα φαίνονται στον πίνακα 5-3. Από τον πίνακα αυτόν μπορούμε να συμπεράνουμε ότι:

Οι απώλειες λόγω βαθείας διήθησης δεν μεταβάλλονται σημαντικά τόσο στην περίπτωση της αύξησης της δόσης άρδευσης από 30 mm σε 40 mm όσο και στην αύξηση της ισαποχής των σταλακτηφόρων σωλήνων από 60 cm σε 80 cm. Επίσης παρατηρούμε ότι στην αλληλουχία silty clay loam-loamy sand οι απώλειες έχουν αρνητικό πρόσημο που σημαίνει βασικά ότι δεν χάνεται νερό λόγω βαθείας διήθησης.

Σε ότι αφορά την αποδοτικότητα άρδευσης, στην αλληλουχία silty clay loam-loamy sand οι τιμές εμφανίζουν μεγαλύτερη σταθερότητα και είναι υψηλότερη στην περίπτωση όπου η ισαποχή είναι 60 cm. Αντίθετα στην αλληλουχία loamy sand-silty clay loam η αποδοτικότητα άρδευσης εμφανίζει μεγαλύτερες διακυμάνσεις και φαίνεται να επηρεάζεται περισσότερο από τη δόση άρδευσης και την παροχή και λιγότερο από την ισαποχή των σταλακτηφόρων σωλήνων.

Τέλος, οι απώλειες λόγω εξάτμισης από την επιφάνεια του εδάφους παρουσιάζει μικρές διακυμάνσεις για όλους τους δυνατούς συνδυασμούς αλληλουχίας, ισαποχής, δόσης άρδευσης και παροχής. Η εξάτμιση είναι ελαφρώς μεγαλύτερη στην αλληλουχία silty clay loam-loamy sand που πιθανόν οφείλεται στα υψηλότερα ποσοστά εδαφικής υγρασίας λόγω της δυσκολίας κίνησης του νερού προς τη δεύτερη στρώση.

## ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΗ ΈΡΕΥΝΑ

Ένα μεγάλο πρόβλημα που αντιμετωπίζουν οι ερευνητές που προσομοιώνουν τη στάγδην άρδευση είναι η περίπτωση των ξηρών εδαφών. Στην περίπτωση αυτή η κλίση του υδραυλικού φορτίου κοντά στην επιφάνεια είναι πολύ μεγάλη και δημιουργεί αστάθεια στην αριθμητική επίλυση. Πρέπει να διερευνηθεί το πρόβλημα αυτό με τη βελτίωση του αριθμητικού σχήματος.

Επίσης θα πρέπει να μελετηθεί η επίδραση του τρόπου προσέγγισης της ακόρεστης υδραυλικής αγωγιμότητας μεταξύ δυο γειτονικών κόμβων και των κόμβων που βρίσκονται σε διαφορετική στρώση.

Θα πρέπει το μοντέλο που χρησιμοποιήθηκε στην παρούσα διατριβή να βελτιωθεί στο κομμάτι που αφορά την πρόσληψη του νερού από τα φυτά με την εισαγωγή δισδιάστατης ή και τρισδιάστατης κατανομής των ριζών στο έδαφος αλλά και της πρόσληψης της εδαφικής υγρασίας από τα φυτά υπό συνθήκες στάγδην άρδευσης, με σκοπό την κατανόηση του τροπισμού που εμφανίζουν τα φυτά προς την πηγή του νερού.

Όσον αφορά την πειραματική καταγραφή της δυναμικής του εδαφικού νερού στην περίπτωση στάγδην άρδευσης θα πρέπει να γίνει βελτίωση των μεθόδων καταγραφής της εδαφικής υγρασίας και του φορτίου πίεσης στο έδαφος έτσι ώστε να προσδιορίζονται με τη μεγαλύτερη δυνατή ακρίβεια οι υδραυλικές ιδιότητες του εδάφους.

Τέλος θα πρέπει να διερευνηθεί το φαινόμενο της ανάπτυξης θετικού φορτίου πίεσης στην περιοχή γύρω από τις οπές των σταλακτηφόρων σωλήνων, όταν η παροχή τους γίνεται μεγαλύτερη από τη διηθητική ικανότητα του εδάφους, που έχει ως αποτέλεσμα την μείωση της παροχής με τρόπο που εξαρτάται από τη χαρακτηριστική καμπύλη λειτουργίας των σταλακτήρων.

## ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Αντωνόπουλος Β. (1999). Υδρολογία της Ακόρεστης Ζώνης του Εδάφους. Τμήμα Γεωπονίας, Α.Π.Θ.
- Αντωνόπουλος Β. Ζ.(2003). Υδραυλική Περιβάλλοντος και Ποιότητα Επιφανειακών Υδάτων. Εκδόσεις Γιαχούδη.
- Αντωνόπουλος ΒΖ, Κωτσόπουλος ΣΑ (2009). Προσομοίωση της δυναμικής του εδαφικού νερού σε αγρό υπό συνθήκες στάγδην άρδευσης με το μαθηματικό μοντέλο SWMS\_3D. 6<sup>ο</sup> Πανελλήνιο Συνέδριο Εταιρείας Γεωργικών Μηχανικών Ελλάδος, 35-42.
- Διαμαντόπουλος Γ. Ευστάθιος (2010). Μαθηματική προσομοίωση της διήθησης και ανακατανομής του εδαφικού νερού και της πρόσληψης του από τα φυτά στην περίπτωση συνεχούς και διακοπτόμενης επιφανειακής στάγδην άρδευσης.
- Ελμαλόγλου Σ, Γρηγοράκης Γ (1993). Ανάλυση της τοπικής διήθησης από: 1. Σημειακή επιφανειακή πηγή στάγδην άρδευσης, 2. Γραμμική επιφανειακή πηγή στάγδην άρδευσης. Υδροτεχνικά, Τόμος 3, Τεύχος 1, 59-74.
- Κωτσόπουλος Α. Στυλιανός (2009). Διερεύνηση της δυναμικής του εδαφικού νερού υπό συνθήκες στάγδην άρδευσης καλλιέργειών με πολυδιάστατα μαθηματικά μοντέλα.
- Μαλάμος Ν (2005). Προσομοίωση του συστήματος έδαφος-φυτό- ατμόσφαιρα στην περίπτωση της τοπικής διήθησης από γραμμική και σημειακή πηγή στάγδην άρδευσης.
- Μπαλάς Ε.Α, Μιμίκου Μ.Α (2005). Η οδηγία πλαίσιο για τα νερά – επαναπροσδιορισμός νέων υδρολογικών περιφερειών. ΥΔΡΟΤΕΧΝΙΚΑ, Τόμος 15, Δεκέμβριος 2005.
- Μπαμπατζιμόπουλος Χ (1999). Αριθμητική ανάλυση. Εκδόσεις Γιαχούδη-Γιαπούλη, Θεσσαλονίκη.
- Τζιμόπουλος Χ (1979). Αριθμητικά μοντέλα διδιάστατης ακόρεστης ροής σε ισοθερμικό μέσο. Σεμινάριο Γεωργικής Υδραυλικής Τ.Ε.Ε. – Εργ. Γεωργικής Υδραυλικής – Θεσ/νίκη . σελ 65-82.
- Χαρτζουλάκης Κ, Μπερτάκη Μ (2009). Ορθολογική διαχείριση του νερού άρδευσης: Αναγκαιότητα για αειφόρο αγροτική ανάπτυξη
- Χρηστάκης Σ (2009). Διερεύνηση σχεδιασμού υπόγειας στάγδην άρδευσης και προγραμματισμού αρδεύσεων της ελιάς Χαλκιδικής.

## ΔΙΕΘΝΗΣ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Ababou R (1981). Modélisation des transferts hydriques dans un sol en infiltration localisée. Thèse de Docteur Ingénieur, Université de Grenoble.
- Ah Koon PD, Gregory PJ, Bell JP (1990). Influence of drip irrigation emission rate on distribution and drainage of water beneath a sugarcane and a fallow plot. Agricultural Water Management, 17, 267-282.

- Amoozegar-Fard A, Warrick AW, Lomen DO (1984). Design nomographs for trickle and subsurface irrigation. *Journal of Irrigation and Drainage*, 110 (2): 107-120.
- Angelakis AN, Rolston DE, Kadir TN, Scott VH (1993). Soil water distribution under trickle source. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering-ASCE*, 119(3): 484-500.
- ASAE Engineering Practices: ASAE EP405 (1983). Design, installation, and performance of trickle irrigation systems. *Agricultural Engineers Handbook of Standards 1983*. American Society of Agricultural Engineering, St. Joseph, MI.
- Ashcroft G, Marsh DD, Evans DD, Boersma L (1962). Numerical method for solving the diffusion equation, 1: Horizontal flow in semi-infinite media. *Soil Science Society of America Proceedings*, 26, 522-525.
- Assouline S (2002). The effects of microdrip and conventional drip irrigation in water distribution and uptake. *Soil Science Society of America Journal*, 66, 1630-1636.
- Bar-Yosef B, Sheikholslami MR (1976). Distribution of water and ions in soils irrigated and fertilized from a trickle source. *Soil Science Society of America Journal*, 40, 575-582.
- Ben-Asher J, Lomen DO, Warrick AW, (1978). Linear and nonlinear models of infiltration from a point source. *Soil Science Society of America Journal*, 42, 3-6.
- Ben-Asher J (1979). Trickle irrigation timing and its effect on plant and soil water status. *Agricultural Water Management*, 2, 225-232.
- Braester C, Dagan G, Neuman S, Zaslavsky D (1971). A survey of the equations and solutions of unsaturated flow in porous media. First annual report (part 1), Project No A10-SWC-77, Technion, Israel, Institute of Technology, Haifa, pp. 176.
- Brandt A, Bresler E, Diner N, Ben-Asher J, Heller J, Goldberg D (1971). Infiltration from a trickle source: I. Mathematical models. *Soil Science Society of America Proceedings*, 35, 675-682.
- Bresler E, Kemper WD, Hanks RJ (1969). Infiltration, redistribution and subsequent evaporation of water from soil as affected by wetting rate and hysteresis. *Soil Science Society of America Proceedings*, 33, 832-839.
- Bresler E, Heller J, Diner N, Ben-Asher I, Brandt A, Goldberg D (1971). Infiltration from a trickle source. 2. Experimental data and theoretical predictions. *Soil Science Society of America Proceedings*, 35(5), 683-689.
- Bresler E (1975). Two-dimensional transport of solutes during non-steady infiltration from a trickle source. *Soil Science Society of America Proceedings*, 39(4), 604-613.
- Bresler E (1978). Analysis of trickle irrigation with application to design problems. *Irrigation Science*, 1(1), 3-17.
- Broadbridge P, White I (1987). Time to ponding: comparison of analytical, quasi-analytical and approximate predictions. *Water Resources Research*, 23, 2301-2310.
- Brooks RH, Corey AT (1964). Hydraulic properties of porous media. *Hydrology Paper 3*. Colorado State University, Fort Collins.
- Bruinsman J. (2003). *World Agriculture: Towards 2015/2030: An FAO Perspective*. FAO/Earthscan, London.

- Buckingham E (1907). Studies on the movement of soil moisture. U.S. Department of Agriculture Bureau of Soils, Government Printing Office, Bulletin 38 Washington, D.C..
- Chen JM, Tan YC, Wu YZ (2007). Analysis of infiltration of 2D trickle irrigation under multiple-line sources. *Hydrological processes*, DOI: 10.1002/hyp.6862.
- Childs EC, Collis-George N (1950). The permeability of porous materials. *Proceedings of Royal Society*, A201, 392-405.
- Christiansen JE (1942). Hydraulics of sprinkling systems for irrigation. *Transaction of American Society of Agriculture Engineering*, 107: 221-239.
- Chu ST (1994). Green-Ampt analysis of wetting patterns for surface emitters. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 120(2), 414-421.
- Clothier BE, Scotter DR (1982). Constant flux infiltration from a hemispherical cavity. *Soil Science Society of America Journal*, 46, 696-700.
- Clothier BE, Smettem KRJ (1990). Combining laboratory and field measurements to define the hydraulic properties of soil. *Soil Science Society of America Journal*, 54: 299-304.
- Coelho FE, Or D (1996). A parametric model for two-dimensional water uptake intensity by corn roots under drip irrigation. *Soil Science Society of America Journal*, 60: 1039-1049.
- Cook FJ, Thorburn PJ, Fitch P, Bristow KL (2003). WetUP: a software tool to display approximate wetting patterns from drippers, *Irrigation Science*, 22, 129-134.
- Cook FJ, Fitch P, Thorburn PJ, Charlesworth PB, Bristow KL (2006). Modeling trickle irrigation: Comparison of analytical and numerical models for estimation of wetting front position with time. *Environmental Modelling & Software*, 21, 1353-1359.
- Cooper DM (1990). Modeling soil moisture movement following drip irrigation of sugarcane. *Model Care*, 90: Calibration and Reliability in Groundwater Modeling (Proceedings of the Conference, The Hague, September, 1990), Publication no. 195.
- Cote CM, Bristow KL, Charlesworth PB, Cook FJ, Thorburn PJ (2003). Analysis of soil wetting and solute transport in subsurface trickle irrigation. *Irrigation Science*, 22, 143-156.
- Dane JH, Wierenga PJ (1975). Effect of hysteresis on the prediction of infiltration, redistribution and drainage of water in layered soil. *Journal of Hydrology*, 25, 229-242.
- Dasberg S, Bresler E (1985). Drip irrigation manual. International Irrigation Information Center, Bet Dagan, Israel.
- Day PR, Luthin JN (1956). A numerical solution of the differential equation of flow for a vertical drainage problem. *Soil Science Society of America Proceedings*, 20, 443-447.
- Elmaloglou S, Diamantopoulos E, Dercas N (2009). Comparing soil moisture under trickle irrigation modeled as a point and line source. *Agricultural Water Management* 97 (2010) 426–432.
- Elmaloglou S, Diamantopoulos E (2009). Simulation of soil water dynamics under subsurface drip irrigation from line sources. *Agricultural Water Management* 96(2009) 1587-1595
- Elmaloglou S, Diamantopoulos E (2010). Soil water dynamics under surface trickle irrigation as affected by soil hydraulic properties, discharge rate, dripper spacing and irrigation duration. *Irrigation and Drainage*. 59: 254–263 (2010)

- Elmaloglou S, Malamos N (2005). Estimation of the wetted soil volume depth, under a surface trickle line source, considering evaporation and water extraction by roots. *Irrigation and Drainage*, 54, 417-430.
- Elmaloglou S, Malamos N (2006). A methodology for determining the surface and vertical components of the wetting front under a surface point source, with root water-uptake and evaporation. *Irrigation and Drainage*, 55(1), 99-111.
- Enderby AJ (1955). The domain model of hysteresis. *Transactions of the Faraday Society*, 51, 835-848.
- Enderby JA (1956). The domain model of hysteresis-part 2: interacting domains. *Transactions of the Faraday Society*, 52, 106-120.
- Everett DH (1954). A general approach to hysteresis –part 3: a formal treatment of the independent domain model of hysteresis. *Transactions of the Faraday Society*, 50, 1077-1096.
- Everett DH (1955). A general approach to hysteresis –part 4: an alternative formulation of the domain model. *Transactions of the Faraday Society*, 51, 1551-1557.
- Feddes RA, Bresler E, Neuman SP (1974). Field test of modified numerical model for water uptake by roots system. *Water Resources Research*, 10, 1199-1206.
- Feddes RA, Kowalik PJ, Kolinska-Malika K, Zaradny H (1976). Simulation of field water uptake by plant using a soil water dependent root extraction function. *Journal of Hydrology*, 31, 13-26.
- Feddes RA, Kowalik PJ, Zaradny H. (1978). Simulation of field water use and crop yield. Simulation monographs. Pudoc, Wageningen, the Netherlands.
- Feng M, Fredlund DG (1999). Hysteretic influence associated with thermal conductivity sensor measurements. In *Proceedings from Theory to the Practice of Unsaturated Soil Mechanics in Association with the 52<sup>nd</sup> Canadian Geotechnical Conference and the Unsaturated Soil Group*, Regina, Sask., 23-24 October 1999. pp. 12, 2, 14-14, 2, 20.
- Freeze RA (1971). Three-dimensional transient saturated-unsaturated flow in a groundwater basin. *Water Resources Research*, 7, 347-366.
- Fujita H (1952). The exact pattern of concentration-dependent diffusion on a semi-infinite medium II. *Textile Research Journal*, 22, 823-827.
- Gardner WR (1958). Some steady state solutions of unsaturated moisture flow equations with application to evaporation from a water table. *Journal of Soil Science*, 85, 228-232.
- Gardner WR (1960). Dynamic aspect of water availability to plants. *Journal of Soil Science*, 89, 63-73.
- Gardner WR, Ehlig CF (1962). Some observations on the movement of water to plant roots. *Agronomy Journal*, 54, 453-456.
- Gardner WR (1964). Relation of root distribution to water uptake and availability. *Agronomy Journal*, 65, 41-45.
- Ghali GS. (1989). Multi-dimensional analysis of soil moisture dynamics in trickle-irrigated fields, II: model testing. *Water Resources Management*, 3:35-47.
- Gil M., Rodríguez-Sinobas L, Sanchez R, and Juana L (2011). Procedures for Determining Maximum Emitter Discharge in Subsurface Drip Irrigation. American Society of Civil Engineers.
- Gillham RW, Klute A, Heermann DF (1979). Measurement and numerical simulation of hysteretic flow in a heterogeneous porous medium. *Soil Science Society of America Journal*, 43(6), 1061-1067.



- Goldberg D, Shmueli M (1970). Drip irrigation- a method used under arid and desert conditions of high water and soil salinity. *Transactions of American Society of Agricultural Engineering*, 13, 38-41.
- Gong D, Kang S, Zhang L, Du T, Yao L (2006). A two – dimensional model of root water uptake for single apple trees and its verification with sap flow and soil water content measurements. *Agricultural Water Management*, 83, 119-129.
- Green WH, Ampt GA (1911). Studies on soil physics, 1: Flow of air and water through soils. *Journal of Agriculture Science*, 4, 1-24.
- Haines WB (1930). Studies in the physical properties of soils. The hysteresis effect in capillary properties and the modes of moisture distribution associated therewith. *Journal of Agriculture Science*, 20, 97-116.
- Hammami M, Daghari H, Balti J, Maalej M (2002). Approach for predicting the wetting front depth beneath a surface point source: Theory and numerical aspect. *Irrigation and Drainage*, 51:347-360
- Hanks RJ, Bowers SA (1962). Numerical solution of the moisture flow equation for infiltration into layered soil. *Soil Science Society of America Proceedings*, 26, 530-534.
- Hanks RJ, Klute A, Bresler E, (1969). A numerical method for estimating infiltration redistribution, drainage, and evaporation of water from soil. *Water Resources Research*, 13, 992-998.
- Hansen VE, Israelsen OW, Stringham GE (1980). *Irrigation principles and practices*. 4<sup>th</sup> ed. John Willey& Sons, Toronto, 417p.
- Hayashida Y, Kohgo Y, Asano I (2003). A hysteresis model with continuity of tangential slopes of soil-water retention curves. In *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> Asian Conference on Unsaturated Soils*, Osaka, Japan, April 2003. Edited by D Karube, A Iizuka, S Kato, K Kawai, K Tateyama. Pp. 325-333.
- Healy RW, Warrick AW (1988). A generalized solution to infiltration from a surface point-source. *Soil Science Society of America Journal*, 52(5), 1245-1251.
- Herkelrath WN, Miller EE, Gardner WR (1977). Water uptake by plants. I. Divided root experiments. *Soil Science Society of America Journal*, 41(6), 1033-1038.
- Hillel D, Gardner WR (1970). Transient infiltration into crust-topped profiles. *Journal of Soil Science*, 109(2), 69-75.
- Hillel D, Talpaz H (1976). Simulation of root-growth and its effect on pattern of soil –water uptake by a non uniform root system. *Journal of Soil Science*, 121(5), 307-312.
- Hillel D, Talpaz H, Van Keulen H (1976). Macroscopic scale model of water uptake by a non-uniform root system and of water and salt movement in the soil profile. *Journal of Soil Science*, 121(4), 242-255.
- Hillel D (1977). *Computer simulation of soil-water dynamics: A compendium of recent work*. IDRC, Ottawa, Canada, 214p.
- Hillel D (1980). *Fundamentals of Soil Physics*, pp. 423. Academic Press, New York.
- Hogarth WL, Hopmans J, Parlange JY, Haverkamp R (1988). Application of a simple soil-water hysteresis model. *Journal of Hydrology*, 98, 21-29.
- Hoogland JC, Feddes RA, Belmans C (1981). Root water uptake model depending on a soil water pressure head and maximum extraction rate. *Acta Horticulturae*, 119: 123-136.

- Hunter AS, Kelly OJ (1946). A new technique for studying the absorption of moisture and nutrient from soils by roots. *Journal of Soil Science*, 62, 441-450.
- Jaynes DB (1984). Comparison of soil-water hysteresis models. *Journal of Hydrology*, 75, 287-299.
- Jensen ME, Hanks RJ (1967). Non steady-state drainage from porous media. *Journal of Irrigation and Drainage Division, ASCE*, 93,209-231.
- Jury WA, Earl KD (1977). Water movement in bare and cropped soil under isolated trickle emitters. 1. Analysis of bare soil experiments. *Soil Science Society of America Journal*, 41(5), 852-856.
- Kandelous M. M, Simunek J (2010). Numerical simulations of water movement in a subsurface drip irrigation system under field and laboratory conditions using HYDRUS-2D. *Agricultural Water Management* 97 (2010) 1070–1076
- Karmeli D, Keller J (1975). *Trickle Irrigation Design*. Rain Bird Sprinkler Manufacturing Corporation Glendora, California, 132p.
- Karmeli D, Peri G (1974). Basic principles of pulse irrigation. *Journal of Irrigation and Drainage Division, ASCE* 100(3), 309-319.
- Karube D, Kawai K (2001). The role of pore water in the mechanical behavior of unsaturated soils. *Geotechnical and Geological Engineering, Special Issue on Unsaturated Soils*, 19, 211-241.
- Kawai K, Karube D, Kato S (2000). The model of water retention curve considering effects of void ratio. In *Proceedings of Asian Conference on Unsaturated Soils*, Singapore. Edited by H. Rahardjo, DG Toll and EC Leong. A.A. Balkema, Rotterdam, The Netherlands. Pp. 329-334.
- Kerkides P, Kargas G, Argyrokastritis I (2006). The effect of different methods used for hysteretic K(h) determination on the infiltration simulations. *Irrigation and Drainage*, 55(4), 403-418.
- Klute A (1952). A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials. *Journal of Soil Science*, 73, 105-116.
- Kool JB, Parker JC (1987). Development and evaluation of closed-form expressions for hysteretic soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, 23(1), 105-114.
- Kosugi K (1996). Lognormal distribution model for unsaturated soil hydraulic properties. *Water Resources Research*, 32, 2697-2703.
- Kramer PJ (1969). *Plant and soil water relationships- A modern synthesis*. McGraw-Hill Book Co., New York, 482p.
- Lafolie F, Guennelon R, Van Genuchten MT (1989). Analysis of water flow under trickle-irrigation. 1: Theory and numerical solution. *Soil Science Society of America Journal*, 53(5), 1310-1318.
- Lazarovitch, N., Šimunek, J., Šani, U., 2005. System dependent boundary condition for water flow from subsurface source. *Soil Sci. Soc. Am. J.* 69 (1), 46–50.
- Lazarovitch N, Warrick Aw, Furman A, Šimunek J (2007). Subsurface water distribution from drip irrigation described by moment analyses. *Vadose Zone Journal*, 6, 116-123.
- Levin I, Assaf R, Bravdo B (1972). Effect of irrigation treatments for apple trees on water uptake from different soil layers. *Journal of American Society of Horticultural Science*, 97, 521-526.
- Levin I, Assaf R, Bravdo B (1979a). Soil moisture and root distribution in an apple orchard irrigated by tricklers. *Plant and Soil*, 52, 31-40.

- Levin I, van Royen PC, van Royen FC (1979b). The effect of discharge rate and intermittent water application by point-source irrigation on the soil moisture distribution pattern. *Soil Science Society of America Journal*, 43, 8-16.
- Liu Y, Parlange JY, Steenhuis TS, Haverkamp R (1995). A soil water hysteresis model for fingered flow data. *Water Resources Research*, 31, 2263-2266.
- Lockington D, Parlange JY, Surin A (1984). Optimal prediction of saturation and wetting fronts during trickle irrigation. *Soil Science Society of America Journal*, 48(3), 488-494.
- Marshall TJ, Holmes JW (1979). *Soil physics*. Cambridge University Press, Cambridge, 345p.
- Meshkat M, Warner RC, Workman SR (1999). Modeling of evaporation reduction in drip irrigation systems. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 125(6), 315-323.
- Miller EE, Klute A (1967). The dynamics of soil water. In Hagan et al. *Irrigation of agriculture lands*. American Society of Agronomy, Monograph, 11, 222-237.
- Mmolawa K, Or D (2003). Experimental and numerical evaluation of analytical volume balance model for soil water dynamics under drip irrigation. *Soil Science Society of America Journal*, 67, 1657-1671.
- Molz FJ, Remson I (1970). Extraction term models of soil moisture use by transpiring plants. *Water Resources Research*, 6, 1347-1356.
- Molz FJ, Remson I (1971). Application of an extraction term model to the study of moisture flow to plant roots. *Agronomy Journal*, 63, 72-77.
- Mostaghimi S, Mitchel JK, Lembke WD (1981a). Effect of discharge rate on distribution of moisture in heavy soils irrigated from a trickle source. *American Society of Agricultural Engineers, Paper No. 81, 2081*. St. Joseph, MI.
- Mostaghimi S, Mitchel JK, Lembke WD (1981b). Effect of pulsed trickling on moisture distribution patterns in heavy soils. *ASAE Paper No. 81-2553*.
- Mostaghimi S, Mitchell JK (1983). Pulsed trickling effect on soil moisture distribution. *Water Resources Bulletin*, 19(4), 605-612.
- Mualem Y (1973). Modified approach to capillary hysteresis based on a similarity hypothesis. *Water Resources Research*, 9, 1324-1331.
- Mualem Y (1974). A conceptual model of hysteresis. *Water Resources Research*, 10, 514-520.
- Mualem Y, Dagan G (1975). A dependent domain model of capillary hysteresis. *Water Resources Research*, 11, 452-460.
- Mualem Y (1977). Extension of the similarity hypothesis used for modeling the soil water characteristics. *Water Resources Research*, 13, 773-780.
- Mualem Y, Miller EE (1979). A hysteresis model based on an explicit domain-dependence function. *Soil Science Society of America Journal*, 43, 1067-1073.
- Mualem Y (1984a). Prediction of the soil boundary wetting curve. *Journal of Soil Science*, 137, 379-390.
- Mualem Y (1984b). A modified dependent domain theory capillary hysteresis. *Journal of Soil Science*, 137, 283-291.
- Neel L (1942). Theorie des lois d'aimantation de Lord Rayleigh, 1. *Cashiers de Physique*, 13, 1-20.
- Neel L (1943). Theorie des lois d'aimantation de Lord Rayleigh, 2. *Cashiers de Physique*, 13, 18-30.

- Nimah MN, Hanks RJ (1973a). Model for estimating soil water, plant and atmospheric interrelations, I: Description and sensitivity. *Soil Science Society of America Proceedings*, 37, 522-527.
- Nimah MN, Hanks RJ (1973b). Model for estimating soil water, plant and atmospheric interrelations, II: Field test of model. *Soil Science Society of America Proceedings*, 37, 528-532.
- Nimmo JR (1992). Semi-empirical model of soil water hysteresis. *Soil Science Society of America Journal*, 56, 1723-1730.
- On Farm Irrigation Committee (1978). Describing Irrigation Efficiency and Uniformity. *Journal of Irrigation and Drainage Division*, 104, 35-41.
- Oron G (1981). Simulation of water flow in the soil under sub-surface trickle irrigation with water uptake by roots. *Agricultural Water Management*, 3, 179-193.
- Padmakumari O, Sivanappan RK (1979). Wetting patterns for varying rates of dripper discharge. *Madras Agricultural Journal*, 66, 271-272.
- Parlange JY (1972). Theory of water movement in soils. 4. Two- and three-dimensional steady infiltration. *Journal of Soil Science*, 113(2), 96-101.
- Parlange JY (1973). Horizontal infiltration of water in soils. Theoretical interpretation of recent experiments. *Soil Science Society of America Journal*, 37(2), 329-330.
- Parlange JY (1976). Capillary hysteresis and the relationship between drying and wetting curves. *Water Resources Research*, 12, 224-228.
- Parlange JY (1980). Water transport in soils. *Annual Revision of Fluid Mechanics*, 12, 77-102.
- Peaceman DW, Rachford HM (1955). The numerical solution of parabolic and elliptic differential equations. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics* 3: 24-41.
- Peters RB (1965). Water availability. In C.A. Black et al. *Method of Soil Analysis*, Part 1. American Society of Agronomy, 9, 279-285.
- Pham QH, Fredlund DG, Barbour SL (2003). A practical hysteresis model for the soil-water characteristic curve for soil with negligible volume change. *Geotechnique*, 53, 292-298.
- Pham QH, Fredlund DG, Barbour SL (2005). A study of hysteresis models for soil water characteristic curves. *Canadian Geotechnical Journal*, 42, 1548-1568.
- Philip JR (1964). Similarity hypothesis for capillary hysteresis in porous materials. *Journal of Geophysical Research*, 69, 1553-1562.
- Philip JR (1968a). Steady infiltration from buried point-sources and spherical cavities. *Water Resources Research*, 4, 1039-1047.
- Philip JR (1968b). Discussion to session IIA, Vol. 1, pp 523-525. In: UNESCO Symposium on Water in Unsaturated Zone, Wageningen. The Netherlands, June 1966.
- Philip JR (1969). Theory of infiltration. *Advances in Hydrology Science*, 5, 215-296.
- Philip JR (1971). General theorem on steady infiltration from surface sources with application to point and line sources. *Soil Science Society of America Proceedings*, 35(6), 867-871.
- Philip JR (1972). Steady infiltration from buried, surface and perched point and line sources in heterogeneous soils. 1. Analysis. *Soil Science Society of America Proceedings*, 36(2), 268-273.
- Philip JR (1973). Solving the unsaturated flow equation. 1. Flux concentration relation. *Journal of Soil Science*, 116(5), 328-335.

- Philip JR, Forester RI (1975). Steady infiltration from buried, surface and preched point and line sources in heterogeneous soil, II: flow details and discussion. *Soil Science Society of America Journal*, 39(3), 408-414.
- Philip JR (1984a). Steady infiltration from spherical cavities. *Soil Science Society of America Journal*, 39(3), 408-414.
- Philip JR (1984b). Travel times from buried and surface infiltration point sources. *Water Resources Management*, 20: 990-994.
- Phogat V, Mahadevan M, Skewes M, Cox W. J (2011). Modelling soil water and salt dynamics under pulsed and continuous surface drip irrigation of almond and implications of system design. *Irrig Sci* DOI 10.1007/s00271-011-0284-2
- Poulovassilis A (1962). Hysteresis of pore water, an application of the concept of independent domains. *Journal of Soil Science*, 92, 405-412.
- Poulovassilis A (1969). The effect of hysteresis of pore water on the hydraulic conductivity. *Journal of Soil Science*, 20, 52-56.
- Poulovassilis A, Childs EC (1971). The hysteresis of pore water: The non-independence of domains. *Journal of Soil Science*, 126, 1-8.
- Poulovassilis A, El-Ghamry WM (1978). The dependent domain theory applied to scanning curves of any order in hysteretic soil water relationships. *Journal of Soil Science*, 126, 1-8.
- Poulovassilis A, Kargas G (2000). A Note on Calculating Hysteretic Behavior. *Soil Science Society of America Journal*, 64, 1947-1950.
- Preisach F (1935). Uber die magnetische Nachwirkung. *Z. Physik*, 94, 277-302.
- Provenzano G (2007). Using HYDRUS-2D simulation model to evaluate wetted soil volume in subsurface drip irrigation systems. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 133(4), 342–349.
- Raats PAC (1971). Steady infiltration from point-sources, cavities and basins. *Soil Science Society of America Proceedings*, 34(5), 689-694.
- Raats PAC (1974). Steady flows of water and salt in uniform soil profiles with plant roots. . *Soil Science Society of America Proceedings*, 38, 717–722.
- Remson I, Hornberger GM, Molz FD (1971). Numerical methods in subsurface hydrology. pp. 389. John Wiley, New York.
- Revol P, Vauclin M, Vachaud G, Clothier BE (1997a). Infiltration from a surface point source and drip irrigation 1. The midpoint soil water pressure. *Water Resources Research*, 33(8), 1861-1867.
- Revol P, Clothier BE, Mailhol JC, Vachaud G, Vauclin M (1997b). Infiltration from a surface point source and drip irrigation 2. An approximate time-dependent solution for wet-front position. *Water Resources Research*, 33(8), 1869-1874.
- Richards LA (1931). Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics*, 1, 318-333.
- Risse LM, Chesness JL (1989). A simplified design procedure to determine the wetted radius for a trickle emitter. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*, 32(6), 1909-1914.
- Rose CW, Stern WR (1967). Determination of withdrawal of water from soil crop roots as a function of depth and time. *Australian Journal Soil Research*, 5, 11-19.

- Roth RL (1974). Soil moisture distribution and wetting patterns from a point-source. Proceedings of the second international Drip Irrigation Congress, pp246-251.
- Rubin J (1968). Theoretical analysis of two-dimensional, transient flow of water in unsaturated and partly unsaturated soils. Soil Science Society of America Proceedings, 32, 607-615.
- Russo D (1988). Determining soil hydraulic properties by parameter estimation: On the selection of a model for the hydraulic properties. Water Resources Research, 24, 453-459.
- Russo D, Jury WA, Butters GL (1989). Numerical analysis of solute transport during transient irrigation, 1, The effect of hysteresis and profile heterogeneity. Water Resources Research, 25(10), 2109-2118.
- Russo D, Zaidel J, Laufer A (2005). Numerical analysis of flow and transport from trickle sources on a spatially heterogeneous hillslope. Vadoze Zone Journal, 4, 838-847.
- Schaap MG, Leij LJ (1998). Database-related accuracy and uncertainty of pedotransfer functions. Soil Science, 163: 765-779.
- Schmitz GH, Schutze N, Petersohn U (2002). New strategy for optimizing water application under trickle irrigation. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 128(5), 287-297.
- Schwartzman M, Zur B (1986). Emitter spacing and geometry of wetted soil volume. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 112(3), 242-253.
- Scott PS, Farquhar GJ, Kouwen N (1983). Hysteretic effects on net infiltration. In Advances in infiltration. American Society of Agricultural Engineers Publication 11-83, St. Joseph, Mich. Pp. 163-170.
- Selim HM, Kirkham D (1973). Unsteady two dimensional flow of water in unsaturated soils above an impervious barrier. Soil Science Society of America Journal, 37(4), 489-495.
- Sepaskhah AR, Chitsaz H (2004). Validating the Green-Ampt analysis of wetted radius and depth in trickle irrigation. Biosystems Engineering, 89(2), 231-236.
- Šimůnek J, Šejna M, van Genuchten MTh (1996). HYDRUS-2D. Simulating water flow and solute transport in two-dimensional variable saturated media. U.S. Salinity Laboratory, USDA/ARS Riverside, CA. Distributed by international Ground Water Modeling Center, Golden, CO.
- Šimůnek J, Šejna M, van Genuchten MTh, (1999). The HYDRUS-2D software package for simulating two-dimensional movement of water, heat, and multiple solutes in variable saturated media. Version 2.0, IGWMC-TPS-53, International Ground Water Modeling Center, Colorado School of Mines, Golden, CO.
- Skaggs TH, Trout TJ, Šimůnek J, Shouse PJ (2004). Comparison of HYDRUS-2D simulations of drip irrigation with experimental observations. Journal of Irrigation and Drainage Engineering, 130(4), 304-310.
- Stroud AH, Secrest D (1966). Gaussian quadrature formulas. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Swartzendruber D (1968). The applicability of Darcy's law. Soil Science Society of America Proceedings, 32, 156-162.
- Taghavi SA, Marino MA, Rolston DE (1984). Infiltration from trickle-irrigation source. Journal of Irrigation and Drainage Engineering ASCE, 110 (4), 331-341.
- Thony JL (1970). Etude experimentale des phenomenes d' hysteresis dans les ecoulements en milieu poreux non satures . These de Docteur - Ingenieur , Universite de Grenoble, pp. 140.

- Thorburn PJ, Cook FJ, Bristow KL (2003). Soil-dependent wetting from trickle emitters: implications for system design and management. *Irrigation Science*, 22: 121-127.
- Topp GC (1971a). Soil-water hysteresis: The domain theory extended to pore interactions conditions. *Soil Science Society of America Proceedings*, 35, 219-225.
- Topp GC (1971b). Soil-water hysteresis in silt loam and clay loam soils. *Water Resources Research*, 7, 914-920.
- Topp GC, Miller EE (1966). Hysteretic moisture characteristics and hydraulic conductivities for glass-bead media. *Soil Science Society of America Proceedings*, 30, 156-162.
- Turner NC, Parlange JY (1974). Lateral movement at the periphery of a one dimensional flow of water. *Journal of Soil Science*, 118(2), 70-77.
- Vachaud G, Thony JL (1971). Hysteresis during infiltration and redistribution in a soil column at different initial water contents. *Water Resources Research*, 7(1), 111-127.
- van Bavel CHM, Stirk GB, Brust KJ (1968a). Hydraulic properties of a clay loam and field measurement of water uptake by roots: I. Interpretation of water content and pressure profiles. *Soil Science Society of America Proceedings*, 32, 310-317.
- van Bavel CHM, Brust KJ, Stirk GB (1968b). Hydraulic properties of a clay loam and field measurement of water uptake by roots: II. The water balance of the root zone. *Soil Science Society of America Proceedings*, 32, 317-321.
- Van Genuchten MTh (1980). A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. *Soil Science Society of America Journal*, 44, 892-898.
- Van Genuchten MTh (1987). A numerical model for water uptake and solute movement in and below the root zone. Research Report No 121, U.S. Salinity Laboratory, USDA, ARS, Riverside, California, 1987.
- Vauclin M, Khanji D, Vachaud G (1976). Etude experimentale et numerique du drainage et de la recharge des nappes a surface libre, avec prise en compte de la zone non saturee. *Journal de Mecanique*, 15, 307-348.
- Vrugt JA, Hopmans JW, Šimůnek J (2001). Calibration of a two-dimensional root water uptake model. *Soil Science Society of America Journal*, 65, 1027-1037.
- Vyrlas P, Sakellariou-Markantonaki M (2005). Intermittent water application through surface and subsurface drip irrigation. ASAE, paper No. 052216. St. Joseph, Michigan.
- Warrick AW (1974). Time-dependent linearized infiltration. 1: Point sources. *Soil Science Society of America Journal*, 38(3), 383-386.
- Warrick AW, Lomen DO (1976). Time-dependent linearized infiltration. 3: Strip and disc sources. *Soil Science Society of America Journal*, 40(5), 639-643.
- Warrick AW, Amoozegar-Fard A (1979). Infiltration and drainage calculations using spatially scaled hydraulic properties. *Water Resources Research*, 15(5), 1116-1120.
- Warrick AW, Lomen DO, Amoozegar-Fard A (1980). Linearized moisture flow with root extraction for three dimensional steady conditions. *Soil Science Society of America Journal*, 44(5), 911-914.
- Warrick AW, Lomen DO, Yates SR (1985). A generalized solution to infiltration. *Soil Science Society of America Journal*, 49(1), 34-38.

- Warrick AW (1985). Point and line infiltration-calculation of the wetted soil surface. *Soil Science Society of America Journal*, 49, 1581-1583.
- Warrick AW (1986). Design principles. In F.S. Nakayama and D.A. Bucks (ed.). *Trickle irrigation for crop productions*. Elsevier, New York. p.93-116.
- Wheeler SJ, Sharma RJ, Buisson MSR (2003). Coupling of hydraulic hysteresis and stress-strain behaviour in unsaturated soil. *Geotechnique*, 53, 41-54.
- Whisler FD, Klute A, Millington RJ (1968). Analysis of steady state evapotranspiration from a soil column. *Soil Science Society of America Proceedings*, 32, 167-174.
- Whisler FD, Klute A, Millington RJ (1970). Analysis of radial, steady-state solution and solute flow. *Soil Science Society of America Proceedings*, 34(3), 382-387.
- Willoughby P, Cockroft B (1974). Changes in root patterns of peach trees under trickle irrigation. *Proc. Inter Drip Irrig. Cong.*, San Diego, CA, pp 439-442.
- Wooding RA (1968). Steady infiltration from a shallow circular pond. *Water Resources Research*, 4, 1259-1273.
- Wu J, Zhanh R, Gui S (1999). Modeling soil water movement with water uptake by roots. *Plant and Soil*, 215, 7-17.
- Yeh TCJ, Ye M, Khaleel R (2005). Estimation of effective unsaturated hydraulic conductivity tensor using spatial moments of observed moisture plume. *Water Resources Research*, 41(3).
- Zhou Q, Kang s, Zhang L, Li F (2007). Comparison of APRI and Hydrus-2D models to simulate soil water dynamics in a vineyard under alternate partial root zone drip irrigation. *Plant and Soil*, 291, 211-223.



## Παράρτημα 1

### ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΟΥ THOMAS

Συστήματα εξισώσεων με τριδιαγωνικό πίνακα συντελεστών των αγνώστων εμφανίζονται πολύ συχνά στην αριθμητική επίλυση Μ.Δ.Ε και έχουν την παρακάτω μορφή:

$$\begin{aligned} b_1 x_1 + c_1 x_2 &= d_1 \\ a_2 x_1 + b_2 x_2 + c_2 x_3 &= d_2 \\ a_3 x_2 + b_3 x_3 + c_3 x_4 &= d_3 \\ &\dots\dots\dots \\ a_i x_{i-1} + b_i x_i + c_i x_{i+1} &= d_i \\ &\dots\dots\dots \\ a_{n-1} x_{n-2} + b_{n-1} x_{n-1} + c_{n-1} x_n &= d_{n-1} \\ a_n x_{n-1} + b_n x_n &= d_n \end{aligned} \tag{Π1.1}$$

Από την πρώτη εξίσωση του συστήματος το  $x_1$  μπορεί να εκφραστεί ως συνάρτηση του  $x_2$ . Αντικαθιστώντας αυτή την τιμή του  $x_1$  στην δεύτερη εξίσωση θα μας δώσει το  $x_2$  ως συνάρτηση του  $x_3$ . Επαναλαμβάνοντας αυτές τις αντικαταστάσεις μέχρι την τελευταία εξίσωση θα πάρουμε από αυτήν την τιμή του  $x_n$  και με αντίστροφη αντικατάσταση όλους τους υπόλοιπους αγνώστους.

Για την ανάπτυξη του αλγόριθμου που θα οδηγήσει στη λύση του συστήματος είναι απαραίτητος ένας τύπος επαναφοράς της μορφής:

$$x_i = G_i x_{i+1} + F_i \tag{Π1.2}$$

όπου  $G_i$  και  $F_i$  συντελεστές που πρέπει να προσδιορισθούν.

Αντικαθιστώντας την (Π1.2) στην γενική εξίσωση του συστήματος (Π1.1) έχουμε:

$$a_i (G_{i-1} x_i + F_{i-1}) + b_i x_i + c_i x_{i+1} = d_i \Leftrightarrow x_i = \frac{-c_i}{a_i G_{i-1} + b_i} x_{i+1} + \frac{d_i - a_i F_{i-1}}{a_i G_{i-1} + b_i} \tag{Π1.3}$$

Από την (Π1.3) συμπεραίνουμε ότι:

$$G_i = \frac{-c_i}{a_i G_{i-1} + b_i} \quad (\text{Π1.4α})$$

$$F_i = \frac{d_i - a_i F_{i-1}}{a_i G_{i-1} + b_i} \quad (\text{Π1.4β})$$

Από την πρώτη εξίσωση του συστήματος (Π1.1) παίρνουμε:

$$x_1 = \frac{-c_1}{b_1} x_2 + \frac{d_1}{b_1} \quad (\text{Π1.5})$$

απ' όπου συνάγεται ότι:

$$G_1 = \frac{-c_1}{b_1} \quad \text{και} \quad F_1 = \frac{d_1}{b_1} \quad (\text{Π1.6})$$

Αντικατάσταση της (Π1.2) στην τελευταία εξίσωση του συστήματος (Π1.1) δίνει:

$$a_n (G_{n-1} x_n + F_{n-1}) + b_n x_n = d_n \Leftrightarrow x_n = \frac{d_n - a_n F_{n-1}}{a_n G_{n-1} + b_n} = F_n \quad (\text{Π1.7})$$

Ο αλγόριθμος του Thomas συνοψίζεται στις παρακάτω σχέσεις:

$$x_n = F_n \quad (\text{Π1.8})$$

$$x_i = G_i x_{i+1} + F_i, \quad i=n-1, n-2, \dots, 1 \quad (\text{Π1.9})$$

$$G_1 = \frac{-c_1}{b_1} \quad (\text{Π1.10})$$

$$F_1 = \frac{d_1}{b_1} \quad (\text{Π1.11})$$

$$G_i = \frac{-c_i}{a_i G_{i-1} + b_i}, \quad i=2, 3, 4, \dots, n \quad (\text{Π1.12})$$

$$F_i = \frac{d_i - a_i F_{i-1}}{a_i G_{i-1} + b_i}, \quad i=2, 3, 4, \dots, n \quad (\text{Π1.13})$$

(Μπαμπατζιμόπουλος, 1999)